

Maxwell-Gleichungen

$$\begin{array}{l} \text{inhom. System} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \underline{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \operatorname{rot} \underline{B} = \mu_0 \underline{j} + \frac{1}{c^2} \partial_t \underline{E} \end{array} \right. \\ \text{hom. System} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \underline{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \underline{E} = -\partial_t \underline{B} \end{array} \right. \end{array}$$

→ 4 gekoppelte DGLn 1. Ordnung

$$\begin{array}{l} \underline{B} = \nabla \times \underline{A} \\ \underline{E} = -\partial_t \underline{A} - \nabla \phi \end{array}$$

Zusammenfassung: Potentiale und Eichungen

$$\text{inhom.} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \underline{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \leftrightarrow \Delta \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} - \partial_t \operatorname{div} \underline{A} \\ \operatorname{rot} \underline{B} = \mu_0 \underline{j} + \frac{1}{c^2} \partial_t \underline{E} \leftrightarrow \square \underline{A} = -\mu_0 \underline{j} + \nabla \left(\operatorname{div} \underline{A} + \frac{1}{c^2} \partial_t \phi \right) \end{array} \right.$$

- 2 DGLn 2. Ordnung für Potentiale (gekoppelt!)
- hom. System trivial erfüllt

$$\begin{array}{l} \text{Eichfreiheit: } \underline{A}' = \underline{A} + \nabla \chi \\ \phi' = \phi - \partial_t \chi \end{array}$$

A: Lorentz-Eichung

Entkoppelte Wellengleichungen für $\underline{A}$ und ϕ :

$$\begin{array}{l} \square \underline{A} = -\mu_0 \underline{j} \rightarrow \underline{A} \sim \int d^3 r' \frac{j(\underline{r}', t \oplus |\underline{r} - \underline{r}'|/c)}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \\ \square \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \rightarrow \phi \sim \int d^3 r' \frac{\rho(\underline{r}', t \oplus |\underline{r} - \underline{r}'|/c)}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \end{array}$$

• „+“ verletzt Kausalität!

- Die Eichfunktion χ ist selbst Lösung einer inhom. Wellengleichung: $\square \chi = -\xi$

B: Coulomb-Eichung

- Poisson-Gleichung für ϕ :

$$\Delta \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \rightarrow \phi \sim \int d^3 r' \frac{\rho(\underline{r}', t)}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

Keine Retardierung!

- Inhom. Wellengleichung für $\underline{A}$:

$$\square \underline{A} = -\mu_0 \underline{j}_t \rightarrow \underline{A} \sim \int d^3 r' \frac{j_t(\underline{r}', t \oplus |\underline{r} - \underline{r}'|/c)}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

• „+“ verletzt Kausalität!

- Die Eichfunktion χ ist Lösung einer Poisson-Gleichung: $\Delta \chi = -\xi$