INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MATHEMATISCHE METHODEN DER PHYSIK — SS 2003

1. Übungsblatt — Abgabe: Mi., 23.4.03 in der VL

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, Raum A317, Tel.: 391-5187, t.bagdonat@tu-bs.de
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu`

7. **Differentiale**

   Geben sie die vollständigen Differentiale folgender Funktionen an:

   (a) $f(x,y,z) = \exp\left(\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma}\right)\cos(2z\sqrt{x})$

   (b) $f(u,v) = \ln(uv^2) - \frac{\sin(u)}{1-uv}$

   (c) $f(x_1,x_2,x_3) = \frac{\arcsin(x_1)}{\sqrt{x_2+x_3-x_1^2}}$

8. **Ableitung entlang einer Kurve**

   Bestimmen Sie im Punkt $(x,y) = (0,1)$ die Ableitung der Funktion

   $$f(x,y) = \exp(x^2 - y^2)$$

   (a) längs der y-Achse.

   (b) längs des Weges $x(t) = t^2, y(t) = \sqrt{1-t}$.

9. **Integrale**

   Berechnen Sie die Integrale

   (a) $\int x^2 e^x dx$

   (b) $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^2(x) dx$

   (c) $\int \frac{x^2+2x-3}{2x-1} dx$

   (d) $\int \left(1-x^2\right)^{3/2} dx$

   (e) $\int \frac{dx}{(x^2+2x+1)\sqrt{x+1}}$

   (f) $\int\limits_0^1 \ln\left(\frac{1}{x^3}\right) dx$

10. **Extrema unter Nebenbedingungen**

    Finden Sie die x-Koordinaten der Extrema der Funktion

    $$f(x,y) = \frac{1}{2}x^2 + \ln y$$

    unter der Nebenbedinung

    $$e^{xy} + xy = 0 \quad .$$

11. **Fermatsches Prinzip**

    Das FERMATsche Prinzip besagt, daß das Licht immer den schnellsten Weg wählt. Aus diesem Prinzip soll das Snelliussche Brechungsgesetz

    $$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$$

abgeleitet werden.

Dazu betrachte man untenstehende Skizze. Ein Lichtstrahl tritt vom Medium 1 mit Brechungsindex n_1 in das Medium 2 mit Brechungsindex n_2 ein. Gesucht ist der "zeitlich kürzeste" Weg vom Punkt P_1 zum Punkt P_2. Bestimmen Sie dazu die Zeit, die das Licht benötigt als Funktion von Δ_1 und Δ_2 auf. Bestimmen Sie dann das Minimum dieser Funktion unter der Nebenbedingung $\Delta_1 + \Delta_2 = \text{const.}$. Leiten Sie aus dem Ergebnis das Snelliussche Brechungsgesetz ab.