Differentiation und Integration im Komplexen

- **Cauchy-Riemann-Relationen**

$$\partial_x u = \partial_y v \quad , \quad \partial_y u = -\partial_x v$$

mit $z = x + iy$, $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ im Analytizitätsbereich von f.

- **Integralsatz von Cauchy**

$$\oint_C f(z)dz = 0$$

wenn $f(z)$ analytisch auf C und im von C eingeschlossenen Bereich.

- **Integralformel von Cauchy**

$$\oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz = 2\pi i f(z_0)$$

wenn $f(z)$ analytisch auf C und im von C eingeschlossenen Bereich, z_0 Punkt dieses Bereichs.

- **Residuensatz**

$$\oint_C g(z)dz = 2\pi i \sum_j R(z_j)$$

wenn g(z) analytisch auf C und im von C eingeschlossenen Bereich bis auf endlich viele Singularitäten z_j, $j = 1, 2, \ldots$; $R(z_j)$ ist das Residuum von $g(z)$ bei z_j.

- **Berechnung eines Residuums**

$$R(z_j) = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \to z_j} \left\{ d_z^{n-1} \left[(z - z_j)^n g(z) \right] \right\}$$

wenn $g(z)$ bei z_j Anteile eines Pols n-ter Ordnung enthält.