INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

Klausurvorbereitungsblatt Bearbeitungszeit: -

1. **Wissensfragen**

   Benennen Sie alle auftretenden Symbole.

   (a) Was ist eine Galilei-Transformation und was besagt das Galileische Relativitätsprinzip?
   (b) Was versteht man unter der 1. und 2. kosmischen Geschwindigkeit?
   (c) Geben Sie den Virialsatz an und erläutern Sie ihn.
   (d) Was versteht man unter einer Zwangskraft?
   (e) Wie lautet das Hamiltonsches Prinzip?
   (f) Geben Sie Hamiltonschen Gleichungen an.
   (g) Wie lautet die Hamilton-Jacobi-Gleichung für die Erzeugende Funktion S? Was leistet S?
   (h) Skizzieren Sie die zeitliche Entwicklung eines Systems aus zwei Massenpunkten im Phasenraum.
   (i) Wie lautet der Satz von Liouville?
   (j) Was sind die Eulerschen Winkel?

2. **Parabelförmige Bahn**

   Ein Komet bewegt sich auf einer parabolischen Bahn in der Ekliptik (Bahnebene der Erde) um die Sonne. Der Perihelabstand betrage ein Drittel des Erdbahnradius. Die Erdbahn sei als kreisförmig angenommen. Bestimmen Sie die Zeit T, die sich der Komet innerhalb der Erdbahn aufhält.

   (a) Gehen Sie dazu von der Erhaltung des Drehimpulses L aus und zeigen Sie zunächst

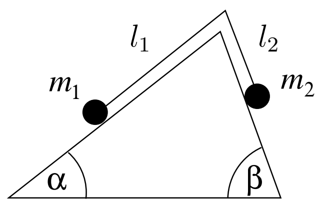
   $$L\,T \sim \int_0^{\arctan(-1/3)} \frac{1}{(1+\cos\phi)^2} d\phi \quad .$$

   Das Integral ergibt $5/(3\sqrt{2})$.

   (b) Begründen Sie, dass das effektive Potential des Kometen am Perihel gleich null ist und bestimmen Sie daraus den Drehimpuls L.
   (c) Kombinieren Sie ihre Ergebnisse aus (a) und (b) und berechnen Sie T.

3. **D'Alembert und Gleichgewicht**

Zwei Massenpunkte mit den Massen m_1 und m_2 sind wie in obiger Skizze über einen masselossen, reibungsfreien Faden miteinander verbunden und der Wirkung der Schwerkraft ausgesetzt.



$l_1 + l_2 = l$

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips auf. Führen Sie dazu zunächst ein geeignetes Koordinatensystem ein.

(b) Geben Sie die Gleichgewichtsbedingung an.

4. **Zentralkraftpotential**

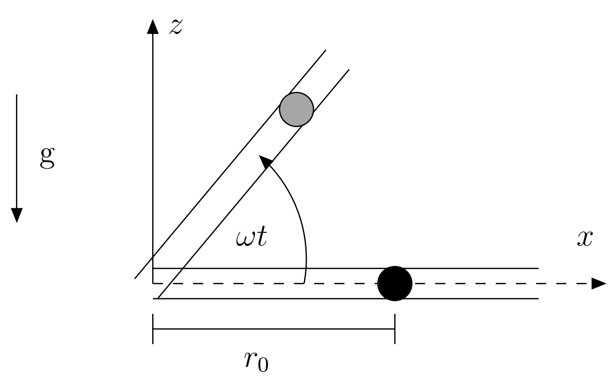
Ein Massenpunkt mit konstanter Masse m bewegt sich im Potential $V(r)$ mit $r = |\underline{x}|$.

(a) Begründen Sie, dass es sich um eine ebene Bewegung handelt. Stellen Sie die Lagrangefunktion in ebenen Polarkoordinaten auf. Bestimmen Sie die zyklische Koordinate und die zugehörige Erhaltungsgröße p_I. Welche physikalische Bedeutung hat p_I?

(b) Stellen Sie die Hamilton-Funktion auf und ermitteln Sie das effektive Potential V_{eff}.

(c) Rechnen Sie nach, dass die Lagrange- und die Hamiltonschen Gleichungen auf dieselben Bewegungsgleichungen führen..

5. **Kugel im Rohr**



Wir betrachten ein Rohr, in dem sich bei $r(t = 0) = r_0$ eine Kugel der Masse m befindet (siehe Skizze). Das Rohr dreht sich nun mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in der (x, z)-Ebene, so dass auf die Kugel neben der Zwangskraft noch die Schwerkraft wirkt.

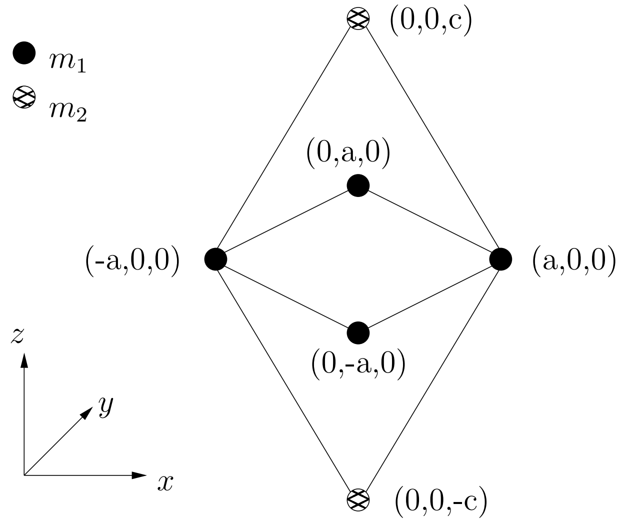
(a) Stellen sie die Lagrangefunktion und die Bewegungsgleichung auf.

(b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit den Anfangsbedingungen $r(t = 0) = r_0$ und $\dot{r}(t = 0) = 0$. Als Ansatz zum Auffinden der inhomogenen Lösung der DGL könnten sie $r_i(t) = C \sin(\omega t)$ verwenden.

(c) Ab welcher Grenzfrequenz ω_c dominiert die Schwerkraft so über die Zentrifugalkraft, dass sich die Kugel nach einer halben Drehung des Rohres ($\omega t = \pi$) im Ursprung befindet? Diskutieren Sie auch das Verhalten der Kugel für große Zeiten bei $\omega > \omega_c$.

6. **Trägheitstensor**

Gegeben seien die in der Skizze gezeigten Massenpunkte.



(a) Bestimmen Sie den Trägheitstensor in Bezug auf den Mittelpunkt des Objekts.

(b) Geben Sie das Trägheitsmoment bei Rotation um eine Seitenkante zwischen den Massen m_1 und m_2 an. Sie benötigen dazu auch den Satz von Steiner.

(c) Welche Drehachsen, die durch mindestens einen Punkt des Objektes gehen, hätten ein noch größeres Trägheitsmoment? Geben Sie ein Beispiel an und begründen Sie (keine Rechnung).