


18. Impuls- und Massenerhaltung als Folge der Energieerhaltung (6 Punkte)

Man betrachte ein abgeschlossenes System aus vielen Teilchen. Die Kräfte zwischen den Teilchen werden nur durch geschwindigkeitsunabhängige Zentralkräfte beschrieben.

Außer der sich ergebenden Bewegung der Teilchen darf sich nun auch noch die Masse und die Anzahl der Teilchen verändern (z.B. durch Aufspaltung).

Zu irgendeinem Zeitpunkt sei die Zahl der Teilchen N , ihre Massen m_i , ihre Impulse \underline{p}_i und ihre Energien U_i . Zu irgendeinem späteren Zeitpunkt entsprechend N' , \underline{p}'_i , m'_i und U'_i .

- Stellen Sie die Energiebilanz für das System auf.
- Zeigen Sie ausgehend von (a), dass in allen Inertialsystemen dann auch Gesamtmasse und Gesamtimpuls erhalten bleiben. Transformieren Sie dazu zunächst die auftretenden Größen in Inertialsysteme, die sich mit konstanter Geschwindigkeit \underline{v}_0 bewegen.

19. Hüpfender Ball (7 Punkte)

Ein Ball der Masse M fällt aus der Höhe h_0 zu Boden und wird reflektiert. Ein kleiner Ball mit $m \ll M$ folgt ihm in kurzem Abstand hinterher, der aber lange genug ist, dass der große Ball seinen Stoßvorgang mit dem Boden abgeschlossen hat und gerade wieder nach oben fliegt, wenn der kleine Ball zentral auf ihn trifft. Die Fallhöhe des kleinen Balls bis zum Auftreffen auf den Großen soll ebenfalls h_0 sein.

- Bis zu welcher Höhe wird der kleine Ball reflektiert, wenn ideal elastische Stöße angenommen werden?
- Inelastische 'Verluste' werden durch einen Koeffizienten α berücksichtigt, der das Verhältnis der Geschwindigkeiten vor und nach den Stößen angibt ($0 \leq \alpha \leq 1$). Wie klein darf α nur sein, damit der kleine Ball seine Anfangshöhe wieder erreicht?

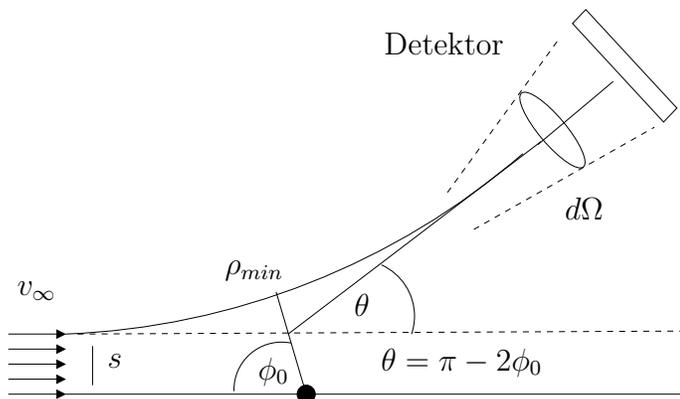
Hinweis: Transformieren Sie für den Stoß ins Schwerpunktsystem.

20. Streuung am abstoßenden Potential

(7 Punkte)

Bisher haben wir gebundene Zustände in einem attraktiven Potential betrachtet. In dieser Aufgabe wollen wir nun ungebundene Zustände in einem abstoßenden Potential $V(\rho)$ untersuchen.

Folgende Situation sei gegeben (siehe Skizze): Ein Teilchenstrahl mit der asymptotischen Geschwindigkeit v_∞ und Teilchen mit verschiedenen Stoßparametern s läuft auf ein Streuzentrum zu. Ein Detektor weist alle in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreuten Teilchen nach.



- (a) Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ist nun definiert als Verhältnis aus Teilchenstrom pro Raumwinkelelement $d\Omega$ zur einfallenden Teilchenstromdichte. Zeigen Sie, dass dann gilt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{s(\theta)}{\sin \theta} \left| \frac{ds(\theta)}{d\theta} \right| .$$

Nun soll der Wirkungsquerschnitt für das Potential $V(\rho) = \alpha/\rho$ berechnet werden. Die Bahnkurven der Teilchen sind analog zum Keplerproblem Kegelschnitte mit

$$\rho(\phi) = \frac{k}{1 + \epsilon \cos \phi} ,$$

wobei die Exzentrizität durch

$$\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2UL^2}{m\alpha^2}} > 1$$

gegeben ist, was auf Hyperbeln führt. Das Koordinatensystem ist dabei so gewählt, dass sich der minimale Abstand ρ_{min} bei $\phi_{min} = \pi$ ergibt, während $\rho = \infty$ zu $\cos \phi_\infty = -\frac{1}{\epsilon}$ führt.

- (b) Wie hängt der Betrag des Drehimpulses L vom Stoßparameter s ab?
 (c) Bestimmen Sie $\cos \phi_0$ und zeigen Sie, dass man für den Stoßparameter

$$s(\theta) = \frac{|\alpha|}{2U} \cot \frac{\theta}{2}$$

erhält. Leiten Sie daraus die Rutherford'sche Formel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{4U} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta/2}$$

ab.