INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

THEORETISCHE MECHANIK SS 2011

6. Übungsblatt Abgabe: Mo., 9. Mai bis 17.00 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

12. **Meteoritenabsturz** **(5 Punkte)**

Ein Meteorit der Masse m unterliege nur der Erdanziehung. Mit welcher Geschwindigkeit v und nach welcher Zeit t erreicht er die Erdoberfläche, wenn er sich bei $t_0 = 0$ im Abstand $r_0 = R$ vom Erdmittelpunkt und in Ruhe befindet?

13. **Eindimensionale Bewegung im Morse-Potential** **(7 Punkte)**

Ein sehr einfaches Modell für den eindimensionalen Potentialverlauf bei Molekülen ist das sogenannte MORSE-Potential mit der Form

$$V(x) = V_0 \left[\left(e^{-\alpha x} - 1 \right)^2 - 1 \right] \qquad V_0 > 0, \alpha > 0 \qquad .$$

Es soll der „gebundene Fall“ mit Gesamtenergie $U < 0$ betrachtet werden, wobei

$$U = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + V(x) \quad .$$

(a) Skizzieren Sie den Potentialverlauf.

(b) Bestimmen Sie die Umkehrpunkte der Bewegung.

(c) Berechnen Sie die Form der eindimensionalen Bewegung $x(t)$. Zeigen Sie dazu, dass die Substitution $z = \exp(-\alpha x)$ auf ein Integral der Form $\int \frac{\mathrm{d}z}{z\sqrt{az^2+bz+c}}$ führt und verwenden Sie

$$\int \frac{\mathrm{d}z}{z\sqrt{az^2+bz+c}} = \frac{1}{\sqrt{-c}} \arcsin\left(\frac{2c+bz}{z\sqrt{b^2-4ac}} \right)$$

(d) Bestimmen Sie die Periodendauer einer Schwingung.

14. **Lenz-Runge-Vektor** **(8 Punkte)**

Wir betrachten ein Zentralpotential der Form

$$V(r) = \frac{\lambda}{r^\alpha} \qquad \text{mit} \qquad \lambda, \alpha = \text{const} \qquad . \tag{1}$$

Für ein solches Potential ist durch

$$\underline{A} = \dot{\underline{x}} \times \underline{L} + V(r)\underline{x} \tag{2}$$

der *Lenz-Runge-Vektor* $\underline{A}$ definiert. Es sei $r = |\underline{x}|$.

Bitte wenden ⟶

(a) Zeigen Sie, dass der Lenz-Runge-Vektor nur für $\alpha = 1$ eine Erhaltungsgröße ist.

(b) Zeigen Sie, dass $\underline{A}$ senkrecht auf dem Drehimpuls steht.

(c) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\underline{A} \cdot \underline{x}$. Stellen Sie *mit Hilfe Ihres Ergebnisses* die Bahngleichung des Keplerproblems ($\alpha = 1$) in der Form

$$r(\phi) = \frac{k}{1 + \epsilon \cos \phi} \tag{3}$$

auf.