INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

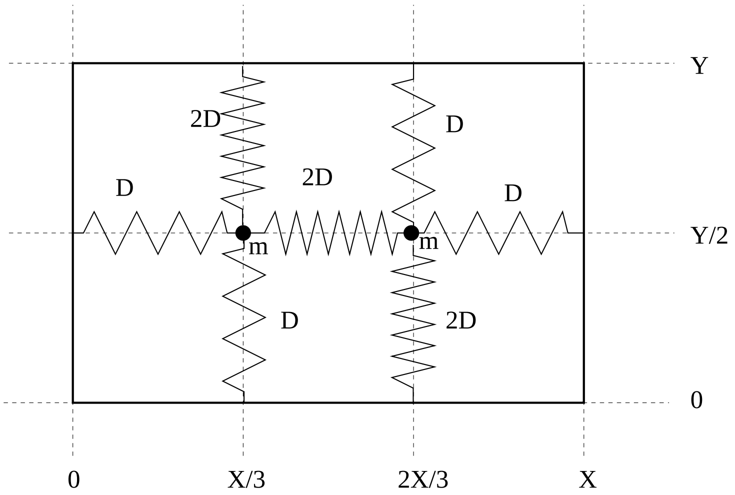
Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

MECHANIK — WS 2000/2001

15. Übungsblatt — Abgabe: 6.2.01

31. **Gekoppelte Schwingungen**

Gegeben sind zwei gleiche Massen m in einem Kasten der Länge X und der Breite Y. Die Massen sind durch mehrere Federn mit Federkonstanten D oder $2D$ untereinander und mit der Kastenwand gekoppelt (siehe Skizze).



(a) Stellen Sie die Lagrangefunktion $L(x_1, y_1, x_2, y_2)$ auf.

(b) Berechnen Sie die Gleichgewichtslagen x_1^G, y_1^G, x_2^G y_2^G der beiden Massen.

(c) Ersetzen Sie in der Lagrangefunktion $x_i = x_i^G + \delta x_i$ und $y_i = y_i^G + \delta y_i$. Geben Sie die Lagrangefunktion $L(\delta x_1, \delta y_1, \delta x_2, \delta y_2)$ an.

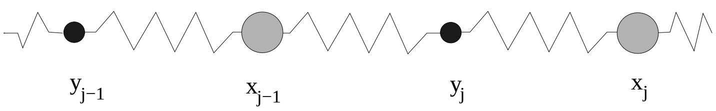
(d) Bestimmen Sie aus den Bewegungsgleichungen die Eigenfrequenzen und die Normalschwingungen des Systems.

(e) Geben Sie die allgemeine Lösung für $x_1(t)$, $x_2(t)$, $y_1(t)$ und $y_2(t)$ an.

(f) Geben Sie die Lösung für $\delta x_1(0) = \delta x_0$, $\delta y_1(0) = \delta y_0$,$\delta x_2(0) = 0$, $\delta y_2(0) = 0$,$\delta \dot{x}_i = 0$ und $\delta \dot{y}_i = 0$ $(i = 1, 2)$ an.

32. **Zweiatomige schwingende Kette**

Eine unendlich lange lineare Kette enthält abwechselnd Gewichte mit den Massen m_1 und m_2, welche durch identische Federn mit Federkonstante C miteinander verbunden sind. Die Auslenkung aus der Ruhelage sei mit x_j für die schweren Gewichte (m_2) und y_j für die leichten Gewichte (m_1) bezeichnet.



(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.

(b) Lösen Sie diese mit dem Ansatz

$$x_j = a \exp(i\lambda t - i\alpha j) \qquad\qquad y_j = b \exp(i\lambda t - i\alpha j)$$

und leiten Sie die Dispersionsrelation $\lambda(\alpha)$ her.

(c) Skizzieren Sie für $0 \leq \alpha \leq \pi$ die Dispersionsrelation. Für welche Frequenzen können sich in dem System Wellen ausbreiten? Zeigen Sie, daß sich für $m_1 = m_2$ die aus der Vorlesung bekannte Dispersionsrelation der linearen Kette ergibt.