INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

MECHANIK — WS 2000/2001

14. Übungsblatt — Abgabe: 30.1.2001

29. **Hamilton-Jacobi: Kepler Problem**

Betrachten Sie ein Teilchen im Potential $V = -\frac{k}{r}$.

(a) Berechnen Sie die Hamiltonfunktion in ebenen Polarkoordinaten. Stellen Sie die Hamilton-Jacobi Differentialgleichung auf und verwenden Sie den aus der Vorlesung bekannten Separationsansatz. Geben Sie die Bedeutung der beiden Integrationskonstanten an. Berechnen Sie die dazugehörigen kanonisch konjugierten Variablen und geben Sie auch deren Interpretation an.

(b) Berechnen Sie den minimalen r_{min} und den maximalen Radius r_{max}, also die Umkehrpunkte der radialen Bewegung.

(c) Berechnen Sie die Wirkungs- (J_ϕ,J_r) und Winkelvariablen (ν_ϕ,ν_r) dieses Problems. (Hinweis: Die Integration für J_r können Sie in ein Integral von r_{min} bis r_{max} umwandeln!) Geben Sie die Energie als Funktion von J_ϕ,J_r an.

(d) Führen Sie die Sommerfeldsche Quantisierung durch, d.h. ersetzen Sie im Ausdruck für die Energie die Wirkungsvariablen durch $J_i = n_i h$ (h ist das Plancksche Wirkungsquantum). Ist der Drehimpuls quantisiert?

30. **Hamilton-Jacobi: Harmonischer Oszillator**

Leiten Sie eine Hamilton-Jacobi Differentialgleichung für die erzeugende Funktion $F_3(p, Q)$ her. Verwenden Sie diese Differentialgleichung, um die Erhaltungsgrößen des $1D$ harmonischen Oszillators $V = \frac{D}{2}q^2$ herzuleiten.