INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

MECHANIK WS 2000/2001

13. Übungsblatt Abgabe: 23.1.01

---

27. **Funktionaldeterminante**

Zeigen Sie, daß für Funktionaldeterminanten gilt

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(a,b)}\frac{\partial(a,b)}{\partial(\alpha,\beta)}=\frac{\partial(u,v)}{\partial(\alpha,\beta)}$$

28. **Kanonische Transformationen**

(a) Eine Transformation ist genau dann kanonisch, wenn die Poissonklammern $[Q,P]_{q,p}=1$, $[Q,Q]_{q,p}=0$, $[P,P]_{q,p}=0$ erfüllt sind. Für welche Parameter α, β ist die Transformation

$$Q=q^\alpha\cos\beta p \qquad\qquad P=q^\alpha\sin\beta p$$

kanonisch?

(b) Gegeben ist die erzeugende Funktion

$$F_2(q,P)=2\sqrt{\frac{P^2}{4}-e^q}-P\ \mathrm{ar}\cosh\left(\frac{P}{2}e^{-\frac{q}{2}}\right).$$

Bestimmen Sie die kanonische Transformation, die durch F_2 definiert ist. Transformieren Sie die Hamiltonfunktion

$$H=p^2+e^q$$

mit dieser Transformation. Lösen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichung in den transformierten Koordinaten. Geben Sie die Lösung auch in den Koordinaten $q(t)$,$p(t)$ an.

(c) Betrachten Sie die kanonische Transformation

$$Q=aq+bp \qquad\qquad P=cq+dp$$

mit $b\neq 0$ und $ad-bc=1$. Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $F_1(q,Q)$.

(d) Gegeben ist die Transformation

$$P=p \qquad\qquad Q\ \text{ beliebig}$$

Berechnen Sie einen allgemeinen Ausdruck für die erzeugende Funktion $F_2(q,P)$. Was folgt für die Transformationsgleichung für Q.

(e) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $F_3(p,Q)$, die die gleiche kanonische Transformation erzeugt, wie $F_2(q,P)=q^2e^P$.