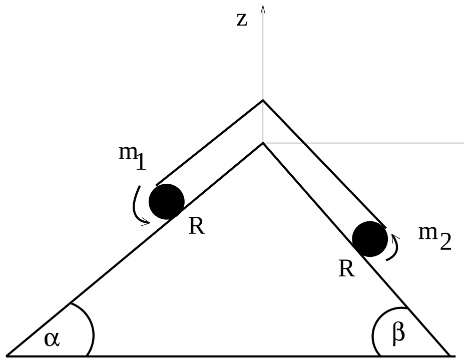
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

MECHANIK — WS 2000/2001

11. Übungsblatt — Abgabe: 9.1.01

22. **Rollende Zylinder**



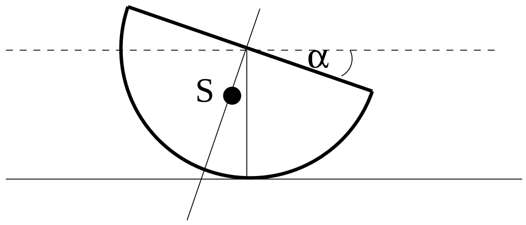

Zwei Zylinder mit Radius $R$, Massen $m_1$ und $m_2$ und Trägheitsmomenten $I_1$ und $I_2$, sind durch einen masselosen sehr dünnen Faden der Länge $l$ verbunden (siehe Abb.), der auf die Rollen auf bzw. abgerollt werden kann. Die Zylinder rollen ohne zu rutschen. Berechnen Sie die Trägheitsmomente $I_1$ und $I_2$. Stellen Sie die Lagrangefunktion $L(x_1, \dot{x}_1)$ auf. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung.

23. **Eulersche Winkel**

Stellen Sie mit Hilfe der Eulerschen Winkel die Transformationsmatrix $A$ auf, die die körperfesten Koordinaten eines Vektors auf raumfeste Koordinaten transformiert. Zeigen Sie, daß die Matrix $A$ orthogonal ist. Bestimmen Sie die raumfesten Koordinaten des Drehimpulses $\mathbf{L}$ eines symmetrischen Kreisels.

24. **Halbzylinder**

Ein Halbzylinder kann, wenn er mit der runden Seite nach unten auf eine waagrechte Fläche gelegt wird, Rollschwingungen ausführen. (Siehe Abb.)




(a) Berechnen Sie den Schwerpunkt $S$ und das Trägheitsmoment eines Halbzylinders.

(b) Erinnern Sie sich aus der Vorlesung an

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \omega \times \mathbf{r}, \tag{1}$$

wobei $v$ die Geschwindigkeit im raumfesten Koordinatensystem, $v_0$ die Geschwindigkeit im körperfesten Koordinatensystem, $\omega$ die Kreisfrequenz und $\mathbf{r}$ der Ortsvektor ist. Benutzen Sie (1), um für die kinetische Energie eines starren Körpers, dessen Ursprung nicht der Schwerpunkt ist,

$$T_{kin} = \frac{Mv_0^2}{2} + \frac{1}{2} I_{ij}\omega_i\omega_j + M\mathbf{v}_0 \cdot (\omega \times \mathbf{R}_S) \tag{2}$$

zu zeigen, wobei $\mathbf{v}_0$ die Geschwindigkeit des Koordinatenursprungs ist und $\mathbf{R}_S$ der Vektor Koordinatenursprung-Schwerpunkt, $M$ ist die Masse des Halbzylinders.

(c) Bestimmen Sie ausgehend von (2) die kinetische Energie des schwingenden Halbzylinders $T(\alpha, \dot{\alpha})$. Beachten Sie, daß der Halbzylinder rollt, ohne zu rutschen.

(d) Bestimmen Sie die potentielle Energie $V(\alpha)$.

(e) Ersetzen Sie die Winkelfunktionen in $T$ durch die erste Ordnung ihrer Reihenentwicklung, in $V$ durch die ersten beiden Ordnungen (warum?) und stellen Sie die Lagrangefunktion auf.

(f) Berechnen Sie die Bewegungsgleichung, geben Sie die Schwingungsfrequenz an.