INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

MECHANIK — WS 2000/2001

10. Übungsblatt — Abgabe: 19.12.00

**Achtung: Klausur am 19.12.2000, 11.30-13.30 im MS 3.1.**
Bei der Klausur sind keine Hilfsmittel erlaubt.
Am Tag der Klausur beginnen die Übungen dann jeweils eine halbe Stunde später.
An diesem Tag wird auch ein neues Übungsblatt ausgegeben.

21. **Vorbereitungsaufgaben für die Klausur**

(a) Ein Teilchen bewegt sich auf einer Bahnkurve $f(\mathbf{r}) = 0$. Geben Sie die Richtung der Zwangskraft an und erläutern Sie, wie Sie im Rahmen der Newtonschen Mechanik die Bewegungsgleichung aufstellen.

(b) Geben Sie das Prinzip von d'Alembert an.

(c) Wie ist die Lagrangefunktion definiert. Wie kommen Sie von der Lagrangefunktion zur Bewegungsgleichung. Auf welche zwei Arten können Nebenbedingungen berücksichtigt werden.

(d) Betrachtet wird ein Punktteilchen, daß sich im Schwerefeld $\mathbf{F} = -mg\mathbf{e}_z$ auf der Kurve $z = ax^2$ bewegt. Stellen Sie die Bewegungsgleichung mit Hilfe der Newtonschen Mechanik unter expliziter Berechnung und Elimination von Zwangskräften auf.

(e) Wie (d), nur mit dem Prinzip von d'Alembert.

(f) Wie (d), diesmal mit Lagrange.

(g) Was ist das Hamilton'sche Prinzip.

(h) Ein Teilchen bewegt sich im Potential $V = -a/r^2$. Stellen Sie die Lagrangefunktion auf, bestimmen Sie die zyklische Variable. Benutzen Sie die zyklische Variable um ein effektives Potential aufzustellen. Skizzieren Sie das effektive Potential. Stellen Sie eine Differentialgleichung für $r(\varphi)$ auf. Bestimmen Sie aus dieser Gleichung die Umkehrpunkte der Bewegung.

(i) Berechnen Sie Masse, Schwerpunkt und Trägheitstensor eines Kegels homogener Dichte mit Radius $R$ und Höhe $z$. Der Koordinatenursprung liegt im Mittelpunkt der Grundfläche des Kegels.

(j) Geben Sie die Eulerschen Gleichungen an. Auf welchen Punkt sind Drehimpuls und Trägheitsmoment zu beziehen?

(k) Berechnen Sie Divergenz und Rotation des Feldes $\mathbf{g} = (1/y, -x/y^2, z)$. Ist das Feld konservativ? Wenn möglich, berechnen Sie das Potential.

(l) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichungen $\dot{x} = x$, $\dot{x} = -tx^2$ und $\dot{x} = x^2$ an.

(m) Geben Sie die Keplerschen Gesetze an.

(n) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Fassen Sie dieses $M$ als Tensor zweiter Stufe auf. Berechnen Sie die Komponenten des Tensors in einem um 180 Grad um die z-Achse gedrehten Koordinatensystem.

(o) Berechnen Sie die kürzeste Verbindung zweier Punkte (i) in der Ebene, (ii) auf dem Zylindermantel (Hinweis: Verwenden Sie Zylinderkoordinaten).