INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

MECHANIK — WS 2000/2001

5. Übungsblatt — Abgabe: 14.11.00

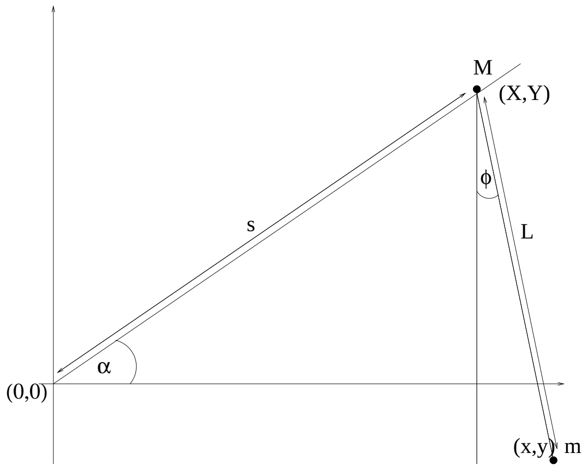
---

9. **Lagrange**

   (a) Stellen die Lagrangefunktion $L(z, \dot{z})$ für die Bewegung aus Aufgabe 5 zw. 6 auf. Berechnen Sie daraus die Bewegungsgleichung.

   (b) Stellen Sie die Lagrangefunktion $L(z, \dot{z})$ für Aufgabe 7 auf. Geben Sie auch hier die Bewegungsgleichung an.

10. **Schiefe Ebene**



Eine Masse M gleite reibungsfrei unter dem Einfluß der Schwerkraft auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α. An ihr sei die Masse m mittels eines gewichtslosen Fadens der Länge L befestigt (siehe Abb.). In dieser Aufgabe ist es von Nutzen, sich an die Beziehungen $\cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y) = \cos(x - y)$ und $\sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y) = \sin(x - y)$ zu erinnern.

(a) Geben Sie die Lagrange-Funktion $L(\phi, s, \dot{\phi}, \dot{s})$ des Systems an. Berechnen Sie die Bewegungsgleichungen. Zeigen Sie, daß eine Lösung mit $\phi = \phi_0 = const.$ existiert.

(b) Zeigen Sie, daß Ihre Bewegungsgleichungen als Grenzfälle

   (i) die einer Masse, die auf einer schiefen Ebene gleitet

   (ii) die einer mit konstantem Abstand zum (ruhenden) Aufhängepunkt schwingenden Masse (mathematisches Pendel)

   enthalten.

(c) Eliminieren Sie $\ddot{s}$ aus den Bewegungsgleichungen. Sie erhalten eine nicht analytisch lösbare Differentialgleichung für ϕ.

(d) Betrachten Sie den Grenzfall $M \gg m$ und $|\phi - \phi_0| = |\psi| \ll L$. Leiten Sie aus dem Ergebnis von (c) eine Schwingungsgleichung für ψ ab. Geben Sie die allgemeine Lösung sowie die Frequenz der Schwingung an.