INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

Theoretische Mechanik — SS 2009

Vorbereitungsblatt zur Klausur — Abgabe: **keine**

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

1. **Wissensfragen**

   Erläutern Sie alle auftretenden Symbole und Größen!

   (a) Was ist eine Galilei-Transformation und was besagt das Galileische Relativitätsprinzip?
   (b) Wann ist ein Kraftfeld konservativ? Geben Sie drei Kriterien an.
   (c) Geben Sie die Keplerschen Gesetze an.
   (d) Wie lautet der Virialsatz?
   (e) Was ist eine virtuelle Verrückung?
   (f) Geben Sie die Lagrange-Gleichungen 1.Art an.
   (g) Wie lautet das Hamiltonsche Prinzip?
   (h) Wie geht die Hamiltonfunktion aus der Lagrangefunktion hervor?
   (i) Zeigen Sie: $\{A, p_\alpha\} = \partial_{q_\alpha} A$ für eine beliebige Funktion A.
   (j) Wie kommt man von der Hamilton-Jacobi-Gleichung zu der Bahnkurve eines Teilchens? Skizzieren Sie die prinzipielle Vorgehensweise.
   (k) Was versteht man unter der Bohr-Sommerfeld-Quantisierung?
   (l) Geben Sie den Steinerschen Satz an und erklären Sie ihn.

2. **Bewegung im eindimensionalen Potential**

   Betrachten Sie die Bewegung eines Massenpunktes mit konstanter Masse m im Potential

   $$V(x) = V_0 \cosh(x/d) \quad , \quad V_0, d = const \quad , \quad V_0 \neq 0, \quad d > 0 \quad .$$

   (a) Skizzieren Sie $V(x)$ für $V_0 > 0$ und $V_0 < 0$. Zeigen Sie, dass $x_G = 0$ ein Gleichgewichtspunkt ist. Wann handelt es sich um eine stabile bzw. instabile Gleichgewichtslage? Ermitteln Sie für den Fall des stabilen Gleichgewichts die Umkehrpunkte.
   (b) Betrachten Sie kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage, d.h. linearisieren Sie die Bewegungsgleichung und lösen Sie diese. Leiten Sie daraus für den Fall des stabilen Gleichgewichts die Periode der Bewegung ab.

   Formelsammlung:

   $$\cosh(\mathrm{x}) \approx 1 + \frac{\mathrm{x}^2}{2} + \mathcal{O}(\mathrm{x}^4)$$

   $$\int \frac{dx}{\sqrt{a + bx + cx^2}} = -\frac{1}{\sqrt{-c}} \arcsin \frac{2\mathrm{cx} + \mathrm{b}}{\sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}} \quad \text{für} \quad \mathrm{c} < 0, \mathrm{a} > 0.$$

3. **d'Alembertsches Prinzip**

   Ein Massenpunkt mit konstanter Masse m bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft $\underline{F}_z = -mg\underline{e}_z$ auf der Kurve $z = -k\ln(x/a)$ mit $x > 0$.

   (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung mit dem Prinzip von d'Alembert auf.

   (b) Geben Sie die wirkende Zwangskraft in der Form $\underline{Z} = \underline{Z}(\underline{x}, \dot{\underline{x}})$ an.

4. **Zentralkraftpotential**

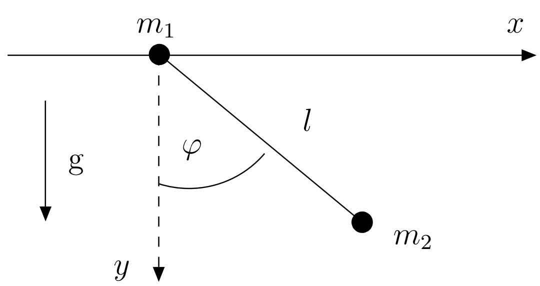
   Ein Massenpunkt mit konstanter Masse m bewegt sich im Potential $V(r) = ar$ mit $a > 0$ und $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

   (a) Begründen Sie, dass es sich um eine ebene Bewegung handelt. Stellen Sie die Lagrangefunktion in ebenen Polarkoordinaten auf. Bestimmen Sie die zyklische Koordinate und die zugehörige Erhaltungsgröße p_I. Welche physikalische Bedeutung hat p_I?

   (b) Stellen Sie die Hamilton-Funktion auf und ermitteln Sie das effektive Potential V_{eff}.

   (c) Rechnen Sie nach, dass die Lagrange- und die Hamiltonschen Gleichungen auf dieselben Bewegungsgleichungen führen. Die Gleichungen sollen *nicht* gelöst werden.

5. **Schwingende Hantel**



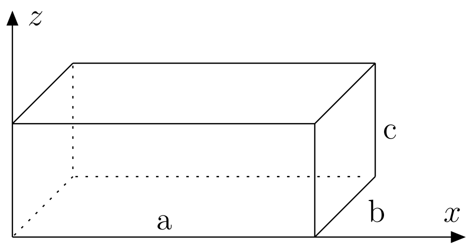
   Zwei Massen m_1 und m_2 seien durch eine masselose Stange der Länge l verbunden. Die Masse m_1 kann sich reibungsfrei entlang einer horizontalen Geraden in x-Richtung bewegen. Die Bewegung setzt sich daher aus einer Translation und einer Schwingung zusammen.

   (a) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf.

   (b) Lösen Sie mithilfe der zyklischen Koordinate die Bewegungsgleichung für den Translationsanteil. Die Anfangsbedingungen können so gewählt werden, dass die Integrationskonstanten zu Null gesetzt werden dürfen. Zeigen Sie, dass sich die Masse m_2 auf einer Ellipse bewegt.

   (c) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für den Schwingungsanteil. Lösen Sie diese, indem Sie auf ihr Ergebnis aus (b) zurückgreifen und die Gleichungen linearisieren.

6. **Trägheitstensor eines Quaders**



Gegeben sei ein Quader mit den Seitenlängen a, b, c und homogener Massendichte ρ.

(a) Bestimmen Sie den Trägheitstensor in Bezug auf eine Ecke des Quaders im skizzierten Koordinatensystem.

(b) Bestimmen Sie daraus das Trägheitsmoment bei Rotation um die Raumdiagonale.