



**21. Nebenbedingungen**

**(3 Punkte)**

Geben Sie die Art der Nebenbedingungen für die folgenden Systeme an:

- (a) eine kleine Kugel, die auf einer großen, festen Kugel hinunterrollt
- (b) ein Teilchen, das auf der Innenfläche eines Rotationsparaboloids hinuntergleitet
- (c) ein Körper, der eine Ebene mit zeitlich veränderlichem Neigungswinkel hinuntergleitet

**22. D'Alembert und Zwangskräfte**

**(9 Punkte)**

Ein Massenpunkt bewegt sich unter Einfluß der Schwerkraft (in negativer  $x_2$  Richtung) auf der Kurve  $x_1^2 + ax_2^3 = 0$ . Die Anfangsbedingungen seien  $x_1(0) = 0$ ,  $\dot{x}_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 0$ ,  $\dot{x}_2(0) = -v_0$  mit  $v_0 > 0$ .

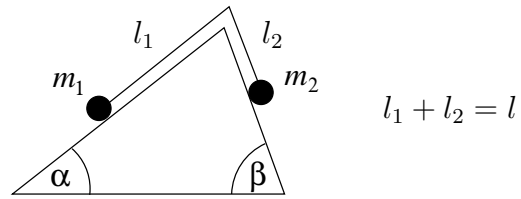
- (a) Stellen Sie mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips die Bewegungsgleichungen für  $x_1$  und  $x_2$  in der Form  $\ddot{x}_1 = f(x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2)$  und  $\ddot{x}_2 = g(x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2)$  auf. Sie können dabei ganz analog zum Massenpunkt auf der schiefen Ebene vorgehen.
- (b) Geben Sie die wirkende Zwangskraft als Funktion des Ortes und der Geschwindigkeit explizit an.
- (c) Nehmen Sie an, dass während der gesamten Bewegung  $\dot{x}_2$ , also die Geschwindigkeit in Fallrichtung, konstant bleibt. Lösen Sie für diesen Spezialfall die Bewegungsgleichungen und bestimmen Sie die Konstante  $a$ .

Hinweis: Sie könnten die Nebenbedingung verwenden, um aus der Differentialgleichung eine direkt integrierbare Gleichung zu erzeugen.

Bitte wenden →

## 23. D'Alembert und Gleichgewicht

(8 Punkte)



Zwei Massenpunkte mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  sind wie in obiger Skizze über einen masselosen, reibungsfreien Faden miteinander verbunden und der Wirkung der Schwerkraft ausgesetzt.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips auf. Führen Sie dazu zunächst ein geeignetes Koordinatensystem ein.
- Geben Sie die Gleichgewichtsbedingung an.