Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

Theoretische Mechanik — SS 2009

7. Übungsblatt — Abgabe: Do., 07.05.09 bis 9.45 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

Stichworte: N Teilchensystem, Virialsatz, Zweikörperproblem, reduzierte Masse

18. **Impuls- und Massenerhaltung als Folge der Energieerhaltung** **(6 Punkte)**

Man betrachte ein abgeschlossenes System aus vielen Teilchen. Die Kräfte zwischen den Teilchen werden nur durch geschwindigkeitsunabhängige Zentralkräfte beschrieben.

Außer der sich ergebenden Bewegung der Teilchen darf sich auch noch die Masse und die Anzahl der Teilchen verändern (z.B. durch Aufspaltung).

Zu irgendeinem Zeitpunkt sei die Zahl der Teilchen N, ihre Massen m_i, ihre Impulse $\underline{p}_i$ und ihre Energien U_i. Zu irgendeinem späteren Zeitpunkt entsprechend N', $\underline{p}'_i$, m'_i und U'_i.

(a) Stellen Sie die Energiebilanz auf.

(b) Zeigen Sie, dass wenn in allen Inertialsystemen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit $\underline{v}_0$ bewegen, der Erhaltungssatz für die Gesamtenergie

$$\sum_{i=1}^{N} U_i^* = \sum_{i=1}^{N'} U_i^{*\prime}$$

gilt, auch die Gesamtmasse und der Gesamtimpuls erhalten bleiben müssen. Machen Sie sich dazu zunächst klar, wie sich die auftretenden Größen transformieren.

19. **Virialsatz** **(7 Punkte)**

Verifizieren Sie für das Zweikörperproblem der Himmelsmechanik den Virialsatz

$$U = \frac{\langle V \rangle}{2} \quad \text{mit} \quad \langle V \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} V\, dt \quad .$$

Greifen Sie dazu auf aus der Vorlesung bekannte Ergebnisse zurück.

<u>Hinweise:</u> Beachten Sie zunächst $\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} V(t)dt = \frac{1}{\tau}\int_0^{2\pi} V(\varphi)\frac{dt}{d\varphi}d\varphi$. Außerdem ist $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\epsilon\cos x}\,dx = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ für $0 < \epsilon \leq 1$.

Bitte wenden →

20. **Zweikörperproblem** **(7 Punkte)**

In der Vorlesung wurde der Übergang vom Zweikörperproblem mit gravitativer Wechselwirkung zum Einkörperproblem mit Relativkoordinate, reduzierter Masse usw. behandelt. Dies soll nun kurz wiederholt werden.

(a) Zeigen Sie, dass die kinetische Energie zweier Teilchen mit den Massen m_1 und m_2 in die Energie des Schwerpunktes und die kinetische Energie der Relativbewegung aufspaltet.

Die große Halbachse der Ellipse von m_2 im System, in dem m_1 ruht, sei a, die Exzentrizität ε. Im Schwerpunktsystem vollführen beide Massen jeweils eigene Ellipsen mit den großen Halbachsen a_1, a_2 und den Exzentrizitäten ε_1, ε_2.

(b) Skizzieren Sie die Bahnen der Körper in beiden Bezugssystemen.

(c) Zeigen Sie, dass $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ gilt.

(d) Zeigen Sie weiterhin, dass

$$a_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} a \quad \text{und} \quad a_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} a$$

ist.