



Stichworte: Harmonischer Oszillator, Schiefer Wurf

4. Harmonischer Oszillator (8 Punkte)

Der gedämpfte harmonische Oszillator wird in einer Dimension durch die DGL

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

beschrieben. Bestimmen Sie die Lösung der DGL für

$$\gamma^2 > \omega_0^2 \quad \text{und} \quad \gamma^2 < \omega_0^2$$

mit den Anfangswerten

$$x(t=0) = x_0 \quad , \quad \dot{x}(t=0) = v_0 \quad .$$

Verwenden Sie als Ansatz

$$x(t) = e^{\lambda t} \quad .$$

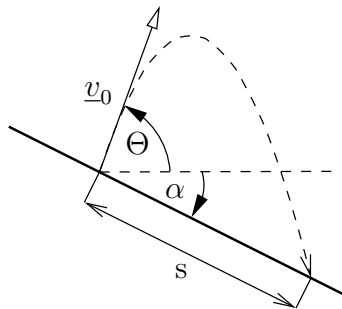
Skizzieren und diskutieren Sie das Verhalten der Lösung in Abhängigkeit von der Dämpfung. Zeigen Sie außerdem, dass sich die Lösung auch schreiben lässt als

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

bzw.

$$x(t) = \hat{x} \sin(\omega t + \phi) \quad , \quad \hat{x} \in \mathbb{C} \quad .$$

5. Schiefer Wurf am Hang (5 Punkte)

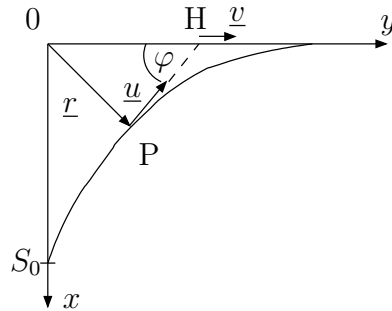


Ein Stein wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 unter einem Winkel θ gegen die Horizontale an einem Hang mit Neigungswinkel α abgeworfen.

- (a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung, die Bahnkurve und die Wurfweite $s(\theta)$.
- (b) Zeigen Sie, dass die größtmögliche Wurfweite bei $\theta = \pi/4 - \alpha/2$ erzielt wird.

6. **Hund und Hase (7 Punkte)**

Ein Hase läuft mit konstanter Geschwindigkeit \underline{v} . Er wird von einem Hund verfolgt, der doppelt so schnell ist und seine Laufrichtung kontinuierlich so ändert, dass er immer auf den Hase zuläuft. Der Winkel, den der Geschwindigkeitsvektor \underline{u} des Hundes mit \underline{v} einschließt, sei φ .



- (a) Man bestimme den Abstand s zwischen Hund und Hase als Funktion des Winkels φ .
- (b) Nach welcher Zeit T holt der Hund den Hasen ein, wenn er zum Zeitpunkt $t = 0$ bei $s(\varphi = \frac{\pi}{2}) = s_0$ losläuft?

Hinweise: Nehmen Sie (ohne Beweis) $\underline{PH} \sim (-\sin \varphi, \cos \varphi)$ an. Zur Entkopplung des entstehenden Differentialgleichungssystems differenzieren Sie zudem $s(\varphi(t))$ nach der Kettenregel. Stammfunktionen dürfen gegebenenfalls mit einem Verweis auf eine Formelsammlung ohne Rechnung angegeben werden.