INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK WS 2001/2002

15. Übungsblatt Abgabe: Di., 12.2.2002

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187

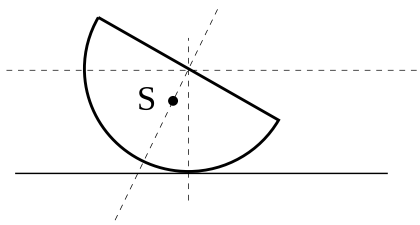
35. **Inhomogene Kugel**

Berechnen Sie Masse, Schwerpunkt und Trägheitstensor für eine Kugel mit der Massendichte

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\cos\vartheta + \beta\cos^2\vartheta)$$

in Kugelkoordinaten r, φ, ϑ.

36. **Rollschwingungen eines Halbzylinders**



Der in der Skizze dargestellte Halbzylinder führt auf einer rauhen Unterlage Rollschwingungen aus (ohne auf der Unterlage zu rutschen). Es wirke wie üblich die Gewichtskraft $-mg$.

(a) Berechnen Sie Schwerpunkt und Trägheitsmoment des Halbzylinders
(b) Geben Sie die Lagrangefunktion für dieses System an.
(c) Entwickeln Sie die Winkelfunktionen in den Ausdrücken für T jeweils bis zur ersten, die in V bis zur zweiten Ordnung.
(d) Geben Sie die Bewegungsgleichung und die Schwingungsfreqeunz an.

37. **Drehung ohne Drehimpuls?**

Katzen sind bekannt dafür, daß sie sich mit den Füßen nach oben runterfallend sehr schnell in der Luft drehen können, um dann auf den Füßen zu landen. Im freien Fall wirkt aber kein Drehmoment, folglich muß der Gesamtdrehimpuls der Katze immer null sein. Wie kann man sich dann drehen? Oft hört man die Erklärung, die Katze würde den Drehimpuls, den ihr Körper beim Umdrehen erzeugt, durch Rotation mit dem Schwanz ausgleichen. Man hat aber herausgefunden, daß sich Katzen ohne Schwanz genauso gut umdrehen können. Somit scheidet diese Erklärung aus. Hier sollen nun zwei alternative Möglichkeiten für momentenfreie Drehungen diskutiert werden. Katzen benutzen vermutlich eine Mischform dieser beiden Möglichkeiten.

(a) Im ersten Modell ist die Katze gestreckt. Man stelle sich den Körper in zwei Zylinder zerlegt. Die Drehung findet in zwei Takten statt. Im ersten Takt streckt die Katze die Vorderpfoten aus und zieht die Hinterbeine an. Dadurch wird das Trägheitsmoments im vorderen Teil groß (J) und im hinteren Teil klein (j). Dann dreht die Katze ihr Vorderteil um den Winkel φ. Das Hinterteil muß sich entsprechend um einen Winkel Φ dagegen drehen. Im zweiten Takt läuft die Bewegung umgekehrt ab, d.h. mit gestreckten Hinter- und angezogenen Vorderpfoten "entdrillt" sich die Katze, bis alle Pfoten wieder in einer Linie stehen. Berechnen Sie, um welchen Winkel sich danach die Katze insgesamt gedreht hat (in Abhängigkeit von φ), unter der Bedingung, daß der Gesamtdrehimpuls immer Null bleibt.

(b) Im zweiten Modell seien Vorder- und Hinterteil wieder als gleiche Zylinder angenommen, die diesmal beide das Trägheitsmoment A bezüglich der Rotation um ihre Längsachse haben. Die Katze winkelt aber Vorder- und Hinterteil um den Winkel α an. Die beiden Zylinder rotieren gleichsinnig mit Winkelgeschwindigkeit ω um ihre Längsachse. Damit der Gesamtdrehimpuls verschwindet, muß die gesamte Katze dann mit Winkelgeschwindigkeit Ω um die S_1, S_2-Achse rotieren. Bestimmen Sie zunächst das Trägheitsmoment der Gesamtanordnung um die S_1, S_2-Achse, wenn das Trägheitsmoment der Zylinder bezogen auf ihre Querachse B ist. Bestimmen Sie dann daraus das Verhältnis von ω zu Ω und damit den Gesamtwinkel, um den sich die Katze nach der Zeit t gedreht hat. Insbesondere muß das gesuchte Ergebnis für $\alpha = 0$ Null sein, da eine gestreckte Katze sich auf diese Weise nicht drehen kann (sondern den Trick von Teil (a) verwenden muß).