INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK — WS 2001/2002

14. Übungsblatt — Abgabe: Di., 5.2.2002

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187

32. **Bohr-Sommerfeldsche Quantisierungsbedingung**

(a) Berechnen Sie mit der Lösung aus Aufgabe 29 für den eindimensionalen harmonischen Oszillator die Phasenraumintegrale

$$J = \oint p dq \quad \text{und} \quad J' = \oint p' dq'$$

über eine volle Periode. Daß beide Integrale denselben Wert ergeben ist kein Zufall, sondern eine fundamentale Aussage: Das Phasenraumintegral $\int pdq$ ist invariant unter kanonischer Transformation.

(b) Die sogenannte Bohr-Sommerfeldsche Quantisierungsbedingung besagt, daß für periodische Bewegungen $J = nh$ gilt, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und n eine positive, ganze Zahl ist. Zeigen Sie, daß demzufolge für die "gequantelten" Energiewerte des harmonischen Oszillators

$$U_n = n\frac{h}{2\pi}\omega = n\hbar\omega$$

gilt. ***Anmerkung:*** Dieselbe Überlegung angewandt auf das Keplerproblem führt auf die Energiequantisierung des Wasserstoffatoms, mit dem Bohr die Spektrallinien des Wasserstoffs erfolgreich erklären konnte (Bohrsches Atommodell).

33. **Satz von Liouville I.** Man überprüfe den Satz von Liouville für den Fall eines elastischen Stoßes zweier Massenpunkte, die sich auf einer Geraden bewegen, indem man die Konstanz eines Phasenvolumenelements $d\Omega$ zeigt.

34. **Satz von Liouville II.** Ein Teilchen bewegt sich zwischen zwei elastisch reflektierenden Wänden bei $x = 0$ und $x = l$ hin und her.

(a) Skizzieren Sie die Bahnkurve im Phasenraum und berechnen Sie das Phasenraumvolumen Ω.

(b) Die Wand bei $x = l$ werde nun mit einer Geschwindigkeit $u \ll v$ (v sei die Geschwindigkeit des Teilchens) in x-Richtung bewegt. Zeigen Sie, daß dabei das Phasenraumvolumen Ω konstant bleibt.