INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

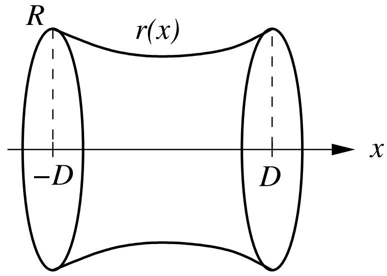
Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK — WS 2001/2002

11. Übungsblatt — Abgabe: Di., 15.1.2002

**Fragen und Probleme:** T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187

25. **Minimale Oberfläche (Variationsrechnung)**




Zwei Kreisringe mit Radius $R$ und Abstand $2D$ sind durch eine Seifenhaut verbunden. Die Form $r(x)$ dieser Haut stellt sich so ein, daß die Oberfläche minimal wird.

(a) Bestimmen Sie die Eulerschen Gleichungen für dieses Variationsproblem.

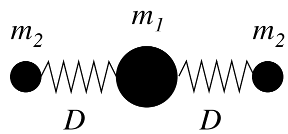
(b) Zeigen Sie, daß

$$r(x) = a \cosh(x/a)$$

die Eulerschen Gleichungen löst.

(c) Zeigen Sie graphisch, daß für genügend kleine Werte von $D/R$ zwei Lösungen für $a$ existieren. Welche der beiden Lösungen minimiert die Fläche tatsächlich?

26. **Eigenschwingungen eines dreiatomigen Moleküls**




Gesucht sind die Eigenschwingungen für ein dreiatomiges, lineares Molekül aus drei Atomen wie in obiger Skizze dargestellt. Die Auslenkungen aus den Ruhelagen seien $x_1$, $x_2$ und $x_3$, die Bindungen zwischen den Atomen seien durch Federn mit Federkonstante $D$ modelliert.

(a) Stellen Sie die Lagrangefunktion für dieses System auf und bestimmen sie daraus die drei Bewegungsgleichungen.

(b) Schreiben Sie die drei Bewegungsgleichungen in der kompakten Form

$$\underline{\ddot{x}} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{x} \qquad \text{mit} \qquad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

und der zu bestimmenden Matrix $\underline{\underline{A}}$.

(c) Der Ansatz $\underline{x} = \hat{\underline{x}}\exp(\lambda t)$ führt auf ein Eigenwertproblem. Bestimmen Sie die Eigenlösungen (Eigenfreqeunzen) für $\lambda$ sowie die zugehörigen Eigenvektoren.

(d) Skizzieren Sie die Schwingungsform der drei gefundenen Eigenmoden, die sich aus den entsprechenden Eigenvektoren ergibt. Wie ist der Fall $\lambda = 0$ zu interpretieren?