INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK — WS 2001/2002

4. Übungsblatt — Abgabe: Di., 13.11.2001

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187

7. **Ostabweichung beim freien Fall auf der Erde**

   Man betrachte den freien Fall ohne Luftwiderstand auf dem rotierenden Bezugssystem Erde am Breitengrad θ.

   Aufgrund der Erdrotation fällt ein Körper nicht ganz senkrecht nach unten, sondern wird nach Osten hin abgelenkt. Die Größe dieser Abweichung soll in erster Ordnung bzgl. der Erdrotationskreisfrequenz ω abgeschätzt werden, d.h. alle Terme die ω^2 oder höhere Potenzen von ω enthalten sollen vernachlässigt werden.

   Zur Beschreibung wähle man ein Laborsystem auf der Erde am Breitengrad θ, wobei eine Achse senkrecht zur Erdoberfläche steht.

   (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen in diesem mitrotierenden Bezugssystem auf und vernachlässigen Sie alle nichtlinearen Terme in ω.

   (b) Die Bewegungsgleichungen können nicht geschlossen gelöst werden. Da aber nur bis zur ersten Ordnung in ω gerechnet werden soll macht man einen Potenzreihenansatz in ω der Form

   $$x_a(\omega, t) = x_a^{(0)}(t) + \omega \cdot x_a^{(1)}(t) \qquad .$$

   Durch Einsetzen und Koeffizientenvergleich bzgl. der Potenzen von ω erhält man sechs triviale Differentialgleichungen, die sich nun sukzessive lösen lassen. Die Anfangsbedingungen sollen entsprechend einem Massenpunkt mit Anfangshöhe h und Anfangsgeschwindigkeit Null gewählt werden. Bestimmen Sie so die erwähnte Ostabweichung.

   (c) Wie groß ist in Braunschweig die Ostabweichung bei einem Fall aus 100m Höhe?

8. **Erzwungene Schwingung**

   Ein Kraftzentrum bewegt sich gegenüber einem Inertialsystem Σ gemäß

   $$x(t) = \hat{x} \sin \Omega t$$

   und zieht einen Massenpunkt mit einer Kraft an, die proportional zum Abstand vom Kraftzentrum ist.

   (a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen in einem System Σ', dessen Ursprung sich mit dem Kraftzentrum mitbewegt und nicht rotiert.

   (b) Die erhaltene Bewegungsgleichung ist eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und einer zeitabhängigen Inhomogenität. Lösen sie zunächst die homogene Differentialgleichung (also ohne den explizit zeitabhängigen Term) und versuchen Sie dann einen Ansatz für die inhomogene Lösung zu raten. Die Anfangsbedingungen seien $x'(t=0) = x_0$ und $\dot{x}'(t=0) = 0$.

Hinweis: Man kann die inhomogene DGL auch mit einem Verfahren namens „Variation der Konstanten“ finden, was in der Übung näher besprochen werden soll. Man darf dieses Verfahren natürlich auch hier schon zur Lösung benutzen.