INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK WS 2003/04

12. Übungsblatt Abgabe: 27.1.2004 (bis 11.25 Uhr, Kasten neben Raum A317)

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187

Link zur Vorlesung: `http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu.html`

---

36. **Bohr-Sommerfeldsche Quantisierungsbedingung**

    (a) Berechnen Sie mit der Lösung aus Aufgabe 35 für den eindimensionalen harmonischen Oszillator die Phasenraumintegrale

    $$J = \oint p dq \quad \text{und} \quad J' = \oint p' dq'$$

    über eine volle Periode. Daß beide Integrale denselben Wert ergeben ist kein Zufall, sondern eine fundamentale Aussage: Das Phasenraumintegral $\int pdq$ ist invariant unter kanonischer Transformation.

    (b) Die sogenannte Bohr-Sommerfeldsche Quantisierungsbedingung besagt, daß für periodische Bewegungen $J = nh$ gilt, wobei h das Planksche Wirkunsquantum und n eine positive, ganze Zahl ist. Zeigen Sie, daß demzufolge für die "gequantelten" Energiewerte des harmonischen Oszillators

    $$U_n = n\frac{h}{2\pi}\omega = n\hbar\omega$$

    gilt. ***Anmerkung:*** Dieselbe Überlegung angewandt auf das Keplerproblem führt auf die Energiequantisierung des Wasserstoffatoms, mit dem Bohr die Spektrallinien des Wasserstoffs erfolgreich erklären konnte (Bohrsches Atommodell).

37. **Satz von Liouville I.** Man überprüfe den Satz von Liouville für den Fall eines elastischen Stoßes zweier Massenpunkte, die sich auf einer Geraden bewegen, indem man die Konstanz eines Phasenvolumenelements $d\Omega$ zeigt.

38. **Satz von Liouville II.** Ein Teilchen bewegt sich zwischen zwei elastisch reflektierenden Wänden bei $x = 0$ und $x = l$ hin und her.

    (a) Skizzieren Sie die Bahnkurve im Phasenraum und berechnen Sie das Phasenraumvolumen Ω für alle Anfangszustände mit $p_1 \leq p \leq p_2$.

    (b) Die Wand bei $x = l$ werde nun mit einer Geschwindigkeit $u \ll v$ (v sei die Geschwindigkeit des Teilchens) in x-Richtung bewegt. Zeigen Sie, daß dabei das Phasenraumvolumen Ω konstant bleibt.