Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK — WS 2003/04

5. Übungsblatt — Abgabe: 25.11.2003 (bis 11.25 Uhr, Kasten neben Raum A317)

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187
Link zur Vorlesung: `http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu.html`

16. **Impuls- und Massenerhaltung als Folge der Energieerhaltung**

Man betrachte ein abgeschlossenes System aus Teilchen. Die Kräfte zwischen den Teilchen werden nur durch geschwindigkeitsunabhängige Zentralkräfte beschrieben.

Außer der sich ergebenden Bewegung der Teilchen darf sich auch noch die Masse und die Anzahl der Teilchen verändern (z.B. durch Aufspaltung).

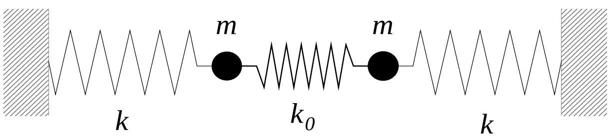
Zu irgendeinem Zeitpunkt sei die Zahl der Teilchen N, ihre Massen m_i, ihre Impulse $\underline{p}_i$ und ihre Energien U_i. Zu irgendeinem späteren Zeitpunkt entsprechend N', $\underline{p}'_i$, m'_i und U'_i.

Zeigen Sie, daß wenn in allen Inertialsystemen der Erhaltungssatz für die Gesamtenergie

$$\sum_{i=1}^{N} U_i = \sum_{i=1}^{N'} U'_i$$

gilt, auch die Gesamtmasse und der Gesamtimpuls erhalten bleiben muß.

17. **Gekoppelte Schwingung**



Zwei Körper mit der Masse m bewegen sich geradlinig unter dem Einfluß von Federkräften proportional zur Auslenkung und Reibungskräften proportional zur jeweiligen Geschwindigkeit mit der Proportionalitätskonstanten α. Die Federkonstanten seien gemäß der Skizze k und k_0.

(a) Stellen Sie für die Auslenkungen x_1 und x_2 aus den Ruhelagen die Bewegungsgleichungen auf.

(b) Die beiden gekoppelten Differentialgleichungen lassen sich entkoppeln, indem man die Relativkoordinaten $x = x_1 - x_2$ und $y = x_1 + x_2$ verwendet. Bestimmen Sie darüber die Lösung für x_1 und x_2 mit den Anfangsbedingungen $x_1 = A$, $\dot{x}_1 = 0$, $x_2 = 0$, $\dot{x}_2 = 0$ für den Fall kleiner Reibung (Schwingfall).

18. **Virialsatz**

Im reibungsfreien Fall (ungedämpfte Schwingung) existiert für die wirkenden Kräfte aus Aufgabe 17 ein Potential $V(x_1, x_2)$ und es gilt Energieerhaltung.

(a) Geben Sie $V(x_1, x_2)$ an. Bestimmen Sie den Grad κ der sich ergebenden homogenen Funktion.

(b) Die Lösung der vorigen Aufgabe hat für den reibungsfreien Fall ($\gamma = 0$) die Form

$$x_1 = \frac{A}{2}\left[\cos\left(\omega_a t\right) + \cos\left(\omega_b t\right)\right] \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{A}{2}\left[\cos\left(\omega_b t\right) - \cos\left(\omega_a t\right)\right] \quad .$$

Prüfen Sie unter Zuhilfenahme dieser Lösung explizit den in der Vorlesung angegebenen Virialsatz

$$\langle V\rangle = \frac{2}{2+\kappa} U \quad \text{mit} \quad \langle V\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau V\,dt \quad .$$

Dabei sollen ω_a und ω_b in einem rationalen Verhältnis zueinander stehen:

$$\omega_a = \frac{m}{n}\omega_b \quad \text{mit} \quad m, n \in \mathbb{N} \quad \text{und} \quad m > n \quad .$$