INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK — WS 2003/04

3. Übungsblatt — Abgabe: 11.11.2003 (bis 11.11 Uhr, Kasten neben Raum A317)

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187

Link zur Vorlesung: `http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu.html`

9. **Ostabweichung beim freien Fall auf der Erde**

Man betrachte den freien Fall ohne Luftwiderstand auf dem rotierenden Bezugssystem Erde am Breitengrad θ.

Aufgrund der Erdrotation fällt ein Körper nicht ganz senkrecht nach unten, sondern wird nach Osten hin abgelenkt. Die Größe dieser Abweichung soll in erster Ordnung bzgl. der Erdrotationskreisfrequenz ω abgeschätzt werden, d.h. alle Terme die ω^2 oder höhere Potenzen von ω enthalten sollen vernachlässigt werden.

Zur Beschreibung wähle man ein Laborsystem auf der Erde am Breitengrad θ, wobei eine Achse senkrecht zur Erdoberfläche steht.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen in diesem mitrotierenden Bezugssystem auf und vernachlässigen Sie alle nichtlinearen Terme in ω.

(b) Die Bewegungsgleichungen lassen sich nur äußerst schwierig geschlossen lösen[1]. Da aber nur bis zur ersten Ordnung in ω gerechnet werden soll macht man einen Potenzreihenansatz in ω der Form

$$x_a(\omega, t) = x_a^{(0)}(t) + \omega \cdot x_a^{(1)}(t) \qquad .$$

Durch Einsetzen und Koeffizientenvergleich bzgl. der Potenzen von ω erhält man sechs triviale Differentialgleichungen, die sich nun sukzessive lösen lassen. Die Anfangsbedingungen sollen entsprechend einem Massenpunkt mit Anfangshöhe h und Anfangsgeschwindigkeit Null gewählt werden. Bestimmen Sie so die erwähnte Ostabweichung.

(c) Wie groß ist in Braunschweig die Ostabweichung bei einem Fall aus 100m Höhe?

10. **Konservative Kraftfelder**

(a) Zeigen Sie mittels des Stokesschen Satzes, daß das Kraftfeld

$$\underline{F} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 2x_3 \\ 2x_2 \\ -2x_1 \end{pmatrix}$$

konservativ ist.

(b) Überprüfen Sie, daß alle Wegintegrale $\oint \underline{F} \cdot d\underline{s}$ längs Kreisen in der x-y-Ebene mit Radius r und Mittelpunkt (x_0, y_0, z_0) verschwinden.

[1] Während sich die homogene Lösung für die Geschwindigkeiten noch recht leicht auffinden läßt, ist das Finden einer partikulären Lösung schwer bis unlösbar (s. gr. Übung).

(c) Bestimmen Sie das zu $\underline{F}$ gehörige Potential $V(x_1, x_2, x_3)$.

11. **Bewegung im $1/r$-Potential**

    Welche Zeit benötigt ein Teilchen im Potential $V = -\alpha/r$ für die radiale Bewegung von einem Punkt r_0 zum Zentrum $r = 0$? Die Anfangsgeschwindigkeit sei $v_0 = 0$.
    Hinweis: Bei der Intgeration substituiere man $s = 1/r$.

12. **Morse-Potential**

    Ein sehr einfaches Modell für den eindimensionalen Potentialverlauf bei Molekülen ist das sogenannte MORSE-Potential mit der Form

    $$V(x) = A\left[\left(e^{-ax} - 1\right)^2 - 1\right] \quad A > 0, a > 0 \qquad .$$

    Es soll der „gebundene Fall“ mit Gesamtenergie $U < 0$ betrachtet werden, wobei

    $$U = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + V(x) \quad .$$

    Bestimmen Sie

    (a) die Form der eindimensionalen Bewegung $x(t)$.

    (b) die Umkehrpunkte.

    (c) die Periodendauer einer Schwingung.