INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK — WS 2003/04

1. Übungsblatt — Abgabe: Präsenz

Fragen und Probleme: T. Bagdonat, A317, Tel.: 391-5187
Link zur Vorlesung: `http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu.html`

---

5. **Kugelkoordinaten**

x^1, x^2, x^3 sei ein kartesisches Koordinatensystem mit den zugehörigen Basisvektoren $\underline{e}_a$. Kugelkoordinaten sind definiert über

$$\begin{aligned} x^1 &= \xi^1 \sin\xi^2 \cos\xi^3 \\ x^2 &= \xi^1 \sin\xi^2 \sin\xi^3 \\ x^3 &= \xi^1 \cos\xi^2 \quad . \end{aligned}$$

Die gebräuchlichen Bezeichnungen für die ξ^a sind $\xi^1 = r, \xi^2 = \vartheta$ und $\xi^3 = \varphi$.

(a) Bestimmen Sie die kovariante und kontravariante Basis $\underline{b}_a$ und $\underline{b}^a$.

(b) Geben Sie den metrischen Fundamentaltensor g_{ab} an.

(c) Verifzieren Sie die Formel

$$\sqrt{\det(g_{ab})} = \underline{b}_1 \cdot (\underline{b}_2 \times \underline{b}_3) \quad .$$

(d) Bestimmen Sie die normierte kovariante Basis $\hat{\underline{b}}_a$ (die im folgenden mit $\underline{e}_r$, $\underline{e}_\vartheta$ und $\underline{e}_\varphi$ bezeichnet sei).

(e) Geben Sie die Geschwindigkeit und Beschleunigung bezogen auf die normierte kovariante Basis an.

(f) Zeigen Sie, daß der Gradient in Kugelkoordinaten (wiederum auf die normierte kovariante Basis bezogen) die Form

$$\nabla = \underline{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\vartheta} \underline{e}_\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \underline{e}_\vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta}$$

hat.