INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

MECHANIK SS 2003

1. Klausur, Zeit: **Uebungsklausur**

Name:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ

Keine Hilfsmittel erlaubt, Aufgabenblatt mit abgeben!

1. **Verschiedene Bezugssysteme**

   Σ sei ein beliebiges kartesisches Koordinatensystem. Σ' sei das Massenmittelpunktssystem. Σ und Σ' rotieren nicht gegeneinander. Unter welchen Bedingungen ist der Drehimpuls eines Massenpunktsystems in beiden Koordinatensystemen gleich groß?

2. **Kinematik**

   Ein Massenpunkt bewegt sich auf einer beliebigen Bahn $\underline{x}(t)$. Zeigt der Hauptnormalenvektor zur konkaven oder konvexen Seite der Bahnkurve? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. **Ein Massenpunkt im konservativen Kraftfeld**

   (a) Zeigen Sie, daß die Gravitationskraft $\underline{F}$ zwischen zwei Massenpunkten M und m (M befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems) konservativ ist.

   (b) Wenden Sie auf die Bewegungsgleichung eine Galilei-Transformation an. Erklären Sie das Ergebnis!

4. **Konservative Kraftfelder**

   Zeigen Sie, daß das Kraftfeld

   $$\underline{F}(\underline{x}) = \left(x_2^3, 3x_1x_2^2 + 2x_2\cos x_3, -x_2^2\sin x_3\right)$$

   konservativ ist und bestimmen Sie das zughehörige Potential.

5. **Kraftfelder und Wegintegrale**

   (a) Unter welcher Bedingung für α und β ist das Kraftfeld

   $$\underline{F}(\underline{x}) = (x_1 + \alpha x_2, x_2 + \beta x_1, x_3)$$

   konservativ? Bestimmen Sie unter dieser Bedingung das zugehörige Potential.

   (b) Berechnen Sie das Kurvenintegral entlang der Kurven

   $$\begin{aligned} K_1 &: \quad x_1 = t, x_2 = t^2 + 1, x_3 = 0, \quad 0 \le t \le 1 \quad \text{und} \\ K_2 &: \quad x_1^2 + x_3^2 = 1, x_2 = 1 \end{aligned}$$

   für beliebige α und β.

6. **Eindimensionale Bewegung**

Eine Masse m bewege sich im eindimensionalen Potential

$$V(x) = x^2 + 2x \quad .$$

Geben Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ für die Bewegung in diesem Potential an.

Formelsammlung:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = -\frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin \frac{2ax + b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad \text{für} \quad a < 0.$$

7. **Trägheitsmoment eines Ellipsoiden**

Gegeben sei ein Ellipsoid mit den Halbachsen a, b und c, definiert durch

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} + \frac{x_3^2}{c^2} \leq 1 \quad .$$

Die homogene Massendichte sei ϱ_0. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment für die x_3-Achse als Drehachse. Drücken Sie das Ergebnis durch die Gesamtmasse M aus.

8. **Gekoppelte Pendel**

Zwei mathematische Pendel der Länge l und Pendelmassen m sind mit einer Feder mit Federkonstanten k gekoppelt (s. Skizze).

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Auslenkwinkel φ_1 und φ_2 auf. Die Ruhelagen seien $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

(b) Entwickeln Sie die trigonometrischen Funktionen in den Bewegungsgleichungen bis zur 1. Ordnung in den φ_i (Kleine Auslenkwinkel). Das Ergebnis lautet:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + \frac{g}{l}\varphi_1 - \alpha(\varphi_2 - \varphi_1) &= 0 \\ \ddot{\varphi}_2 + \frac{g}{l}\varphi_2 - \alpha(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \quad , \end{aligned}$$

mit der zu bestimmenden Konstante α.

(c) Finden Sie die allgemeine Lösung für $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ an. Man verwende die Substitution $\Phi = \varphi_1 + \varphi_2$ und $\Omega = \varphi_1 - \varphi_2$.

(d) Skizzieren Sie das Schwingungsmuster der beiden Eigenmoden.

(e) Geben Sie die Schwebungsfrequenz des Systems an und skizzieren Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf von $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$.