INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

MECHANIK SoSe 2004

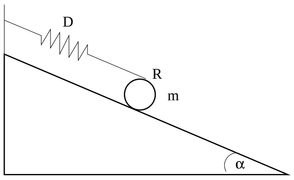
15. Übungsblatt Abgabe: Präsenzübung, keine Abgabe

---

59. **Wirkungsintegral**
Berechnen Sie das Wirkungsintegral für die kräftefreie Bewegung zwischen zwei Punkten P_1 und P_2 (o.B.d.A. $x = y = 0$): (i) die tatsächlich durchlaufene Bahnkurve $z = z_0(t)$; (ii) eine Kurve $z = z_0(t) + f(t)$ mit $f(0) = f(t_0) = 0$. Zeigen Sie, dass die Wirkung für $f(t) \equiv 0$ stationär (extremal) wird. Ist ein Aussage über den Typ des Extremums möglich?

60. **Rollender Zylinder**

Ein homogener Vollzylinder mit Radius R und Masse m rollt (ohne zu rutschen) unter dem Einfluß der Schwerkraft eine um den Winkel α geneigte schiefe Ebene hinunter. Dabei wird er von einer Feder mit Federkonstante D zurückgehalten (Siehe Skizze). Beim Abrollen wird der (masselose) Faden auf den Vollzylinder aufgerollt.



(a) Zeigen Sie, dass das Trägheitsmoment um diese Achse $I = \frac{1}{2}mR^2$ ist.
(b) Stellen Sie die Lagrangefunktion als Funktion der Schwerpunktskoordinate des Zylinders x und der Schwerpunktsgeschwindigkeit $\dot{x}$ auf.
(c) Berechnen Sie die Bewegungsgleichung.
(d) Berechnen Sie die Gleichgewichtslage x_G.
(e) Verwenden Sie den Ansatz $x = x_G + \delta x$, um die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung für δx zu bestimmen.

61. **Geladenes Teilchen im Magnetfeld**
Ein geladenes Teilchen bewege sich in einem statischen Magnetfeld mit Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$, d.h., $\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$. Die Lagrangefunktion ist dann:

$$L = \frac{m}{2}|\dot{\vec{r}}|^2 + e\vec{v} \cdot \vec{A}(\vec{r}),$$

wobei e die Ladung bezeichnet.

(a) Zeigen Sie, dass $\vec{A} = (B/2)(-y, x, 0)$ auf ein räumlich konstantes Magnetfeld führt.
(b) Überzeugen Sie sich davon, dass sich die bekannte Bewegungsgleichung ergibt (Lorentzkraft!). *Hinweis:* $\nabla(\vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r})) = (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} + \vec{B} \times \mathrm{rot}\vec{A} + (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B} + \vec{A} \times \mathrm{rot}\vec{B}$.
(c) Stellen Sie für das in (b) gegebene Vektorpotential die Lagrangefunktion in kartesischen Koordinaten auf. Ermitteln Sie die Hamiltonfunktion. Erkennen Sie zyklische Variable?

62. **Beschleunigte Bezugssysteme: Corioliskraft**
Betrachten Sie erneut das Beispiel der Perle auf einem rotierenden Draht (siehe z.B. Aufgabe 35). Es wirkt offensichtlich eine Zwangskraft $\vec{K}_D$, die die Perle auf dem Draht hält. Zeigen Sie, dass die Zwangskraft $\vec{K}_D$ gerade die Corioliskraft kompensiert.
Hinweis: stellen Sie dazu die Bewegungsgleichung der Perle im mitrotierenden $(x'y')$-Koordinatensystem auf (x'-Achse in Richtung des Drahtes). Dieses KS ist kein Inertialsystem, folglich treten Scheinkräfte auf.