INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

MECHANIK SoSe 2004

3. Übungsblatt Abgabe: 6.05.04, vor der Vorlesung

Bei Fragen zu den Übungsaufgaben: F. Heidrich-Meisner, Raum A 313, Tel. 391-5184 (**Sprechstunde:** montags, 11:30-12:30 Uhr und dienstags, 10:00-11:00 Uhr).
**WWW-Seite zu dieser Vorlesung:**
http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose-04/mech04

9. **Freier Fall mit Reibung**
Berechnen Sie die Endgeschwindigkeit eines im freien Fall befindlichen Massenpunktes der Masse $m$, auf den neben der Schwerkraft die durch die Luftreibung verursachte Kraft $|\vec{W}| = m\eta|\vec{v}|^2$ mit $\eta = \text{const}$ wirke.
*Hinweis:* Die Aufgabe läßt sich *ohne* explizites Lösen der BWGL beantworten!

10. **Zwangskräfte I**
Ein Massenpunkt (Masse $m$) gleite unter dem Einfluß der Schwerkraft reibungsfrei auf einer Führungsschiene, die durch $z = f(x)$ mit $f(x) = a - a\cosh(x/b)$ gegeben ist ($[a, b] = 1\text{m}$). An welcher Stelle und mit welcher Geschwindigkeit $|\vec{v}|$ springt die Masse von der Schiene ab, wenn sie (anfänglich im Ursprung im labilen Gleichgewicht befindlich) eine infinitesimal kleine Anfangsgeschwindigkeit in $x$-Richtung erhält?
*Anleitung:* geben Sie zunächst einen expliziten Ausdruck für die Zwangskraft in der Form $\vec{Z} = \vec{Z}(x, \dot{x})$ an. Welche Richtung muß die Zwangskraft haben? Überlegen Sie sich, welche Bedingung im Punkt des Abspringens an die Zwangskraft zu stellen ist.

11. **Bewegung in eindimensionalen Potentialen**
Ein Körper der Masse $m$ bewegt sich im Potential

$$\Phi(x) = \frac{f}{2}x^2 + \alpha x^4 .$$

Berechnen Sie die Periode der Schwingung für den harmonischen ($\alpha = 0$) und den *leicht* anharmonischen Fall ($\alpha E \ll f^2$).
*Anleitung:* verwenden Sie, dass sich die Periode $T$ bei gegebenem Potential $\Phi(x)$ und Gesamtenergie $E$ über folgendes Integral berechnen läßt:

$$T = 2\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2[E - \Phi(x)]/m}} .$$

$x_1$ und $x_2$ sind die Umkehrpunkte der Bewegung. Verwenden Sie bei der Berechnung der Integrale die Substitution $\sin(\varphi) = \sqrt{\Phi/E}$. Sie müssen dann $x$ und $dx$ durch $\varphi$ ausdrücken. Im anharmonischen Fall muss man nähern, und zwar soll hier $x$ bis zur 1. Ordnung in $\alpha$ entwickelt werden. Bestimmen Sie $dx/d\varphi$ erst nach dem Entwickeln!

→ *Bitte wenden!*

12. **Harmonischer Oszillator II: Erzwungene Schwingungen**
Betrachten Sie den angetriebenen, gedämpften harmonischen Oszillator

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t)\,. \qquad (1)$$

(a) Ermitteln Sie für $0 < \gamma < \omega_0$ (Schwingfall) die allgemeine Lösung von Gl. (1) für folgende rechte Seiten:

i. $f(t) = a =$const.
ii. $f(t) = f_0\mathrm{Re}(e^{i\omega t})$ ($f_0$ und $\omega$ reell).
iii. $f(t) = f_0[\sin(\omega t) + 2\cos(2\omega t)]$.

Verwenden Sie dabei jeweils den angegebenen Ansatz zum Auffinden einer partikulären Lösung:

i. Raten!
ii. $x(t) = \mathrm{Re}(\hat{x}_0 e^{i\omega t})$; $\hat{x}_0$ komplex.
iii. $x(t) = a\sin(\omega t) + b\cos(\omega t) + c\sin(2\omega t) + d\cos(2\omega t)$ mit $a, b, c, d =$const.

*Hinweis*: rechnen Sie bei ii. mit komplexen Funktionen, d.h., lassen Sie die Realteilbildung weg, und bestimmen Sie Amplitude und Phase der partikulären Lösung als Funktion von $\omega, \omega_0$ und $\gamma$! Skizzieren Sie $|\hat{x}_0|$ und die Phasenverschiebung als Funktion von $\omega$.

(b) Überlegen Sie sich anschließend, wie man die Lösung für iii. auf ii. zurückführen kann (hier ist keine Rechnung verlangt, sondern eine gute Begründung Ihrer Antwort!).

(c) Bestimmen Sie für i. die Lösung des AWPs $x(0) = x_0; v(0) = 0$!

(d) Berechnen Sie außerdem für den Fall ii. den Energieverlust pro Zeit für große Zeiten $t \gg (\omega_0^2 - \gamma^2)^{-1/2}$, der durch die Reibungskraft $-2m\gamma\dot{x}$ hervorgerufen wird. Mitteln Sie dabei über mehrere Schwingungsperioden! (hier: reelle Lösung verwenden)!