INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

MECHANIK — SoSe 2004

1. Übungsblatt — Abgabe: 22.04.04, vor der Vorlesung

Die Hausaufgaben sind jeweils **donnerstags bis 11.30 Uhr** abzugeben, und zwar durch Einwurf im Wandschrank im dritten Stock der Mendelssohnstrasse 3 zwischen den Räumen A316 und A317. Bitte geben Sie in Zweiergruppen ab und geben Sie Ihre Gruppennummer mit an!
Termine: Übungen in kleinen Gruppen: mittwochs, 15:00-16:30 Uhr (ab 28.4.04)
Große Übung: mittwochs, 13:15-14:45 Uhr, MS 3.1
Die Einteilung in die Übungsgruppen und die Räume entnehmen Sie bitte ab Di., 20.4.04, einem entsprechenden Aushang.
Bei Fragen zu den Übungsaufgaben: F. Heidrich-Meisner, Raum A 313, Tel. 391-5184 (**Sprechstunde:** montags, 11:30-12:30 Uhr und dienstags, 10:00-11:00 Uhr).
WWW-Seite zu dieser Vorlesung:
http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose-04/mech04

1. **Unbestimmte Integrale**
Lösen Sie die folgenden unbestimmten Integrale, ohne Integraltafeln o.ä. zu verwenden:

(a) $\int \frac{1}{3} x e^{x^2+1}\, dx$
(b) $\int x^3 \cos(2x)\, dx$
(c) $\int \sin^4(x)\cos(x)\, dx$
(d) $\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}}\, dx$
(e) $\int (1+\sqrt{x})^2\, dx$
(f) $\int (\sqrt[4]{x})^3\, dx$
(g) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-2}}$
(h) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\, dx;\ a \neq 0$
(i) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\, dx;\ a \neq 0$
(j) $\int \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}\, dx;\ a \neq 0$
(k) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\, dx$
(l) $\int \frac{1}{x^2-5x+6}\, dx$
(m) $\int \frac{2x+3}{x^2-5x+6}\, dx$
(n) $\int \frac{x}{(x+1)^2}\, dx$
(o) $\int \frac{x^3}{x^2-3x+2}\, dx$

2. **Eigenwertprobleme**
Ein Satz aus der linearen Algebra besagt, dass zu jeder reellen, symmetrischen Matrix A eine orthogonale Matrix U existiert, so dass die durch

$$D = U^T A U$$

gegebene Matrix D diagonal ist, wobei auf der Hauptdiagonalen von D die Eigenwerte von A stehen. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

und geben Sie die orthogonale Matrix U explizit an.

→ *Bitte wenden!*

3. **Ungedämpfter harmonischer Oszillator**
Die Bewegungsgleichung des ungedämpften harmonischen Oszillators lautet:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad . \tag{1}$$

(a) Die allgemeine Lösung dieser DGL läßt sich sowohl durch

$$x(t) = a\cos(\omega_0 t) + b\sin(\omega_0 t)$$

als auch durch

$$x(t) = Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t}$$

darstellen, wobei i.a. die Konstanten a, b, A, B komplex sind (mehr dazu in den folgenden Übungen). Rechnen Sie durch Einsetzen in Gl. (1) nach, dass beide Darstellungen wirklich Lösungen von Gleichung (1) sind.

(b) Drücken Sie die Koeffizienten A, B durch a, b aus.

(c) Die Anfangsbedingungen (darunter versteht man vorgegebene Werte für $x(t)$ und $\dot{x}(t)$ für einen festen Zeitpunkt $t = t_0$) sind in der Regel reell, da $x(t)$ eine Ortskoordinate und $\dot{x}(t)$ die Geschwindigkeit ist. Folgern Sie aus $x(t=0) = x_0$ und $\dot{x}(t=0) = v_0$ mit reellem x_0, v_0, dass $A = \bar{B}$ gilt (d.h., dass A komplex konjugiert zu B ist).

(d) Die (allgemeine) reelle Lösung von Gl. (1) läßt sich außerdem durch

$$x(t) = X\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{2}$$

darstellen. Drücken Sie X und φ durch a und b aus (hier sind X, φ, a, b reell).

(e) Rechnen Sie nach, dass die Darstellung

$$x(t) = \mathrm{Re}(\hat{x}e^{i\omega_0 t})$$

mit komplexer Amplitude $\hat{x}$ mit Gl. (2) gleichwertig ist.