



Klausurvorbereitung

Abgabe: keine Abgabe

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

1. Wissens- und Verständnisfragen

Benennen Sie alle von Ihnen zusätzlich benutzten Größen und Symbole!

- (a) Erläutern Sie den Entartungsgrad g .
- (b) Erklären Sie den Begriff der Gibbs'schen Gesamtheit. Welche Konsequenzen ergeben sich für die Berechnung des Mittelwertes einer physikalischen Größe?
- (c) Wie ist das chemische Potential μ definiert?
- (d) Wie berechnet man den Mittelwert $\langle A \rangle$ und das zweite Moment $\langle A^2 \rangle$ einer physikalischen Größe A über die Systeme der Großkanonischen Gesamtheit?
- (e) Wir betrachten ein System, das mit den Wahrscheinlichkeiten P_n , $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ die Energien U_n annimmt. Es sei σ die Entropie mit $\sigma = -\sum_n P_n \ln P_n$. Welche Form ergibt sich für P_n unter der Forderung (i) $\sum_n P_n = 1$ bzw. (ii) $\sum_n P_n = 1$ und $\sum_n U_n P_n = U$? (*keine Rechnung!*)
- (f) Welche Zustandsgröße ist auf Adiabaten konstant?
- (g) Geben Sie die Gibbs'sche Fundamentalgleichung und die Gibbs-Duhem-Beziehung an.
- (h) Leiten Sie ausgehend von der Definition der Großen Zustandssumme Z_G die Bose-Einstein-Verteilungsfunktion $f_{BE}(\epsilon)$ her.
- (i) Geben Sie die kanonische Zustandssumme Z des idealen Gases an, wenn die Teilchen als unterscheidbar und als ununterscheidbar angenommen werden. Erklären Sie den Begriff der Quantenkonzentration. Welcher der obigen Fälle entspricht der Realität, und wann kann ein Gas als ideal betrachtet werden?
- (j) Geben Sie die Wärmekapazität C_V für ein Fermigas an. Vergleichen Sie qualitativ mit dem idealen Gas und begründen Sie den Unterschied.
- (k) Geben Sie das Planck-Strahlungsgesetz an und skizzieren Sie es in Abhängigkeit von der Frequenz. Geben Sie den Kurvenverlauf für zwei unterschiedliche Temperaturen an und markieren Sie die höhere und niedrigere Temperatur.
- (l) Was ist das Einstein-Modell für Festkörper und welche Annahme liegt ihm zugrunde?

Bitte wenden →

2. Kreisprozess: Diesel-Prozess

Den *Diesel*-Kreisprozess kann man sich idealisiert folgendermaßen vorstellen:

- adiabatische Kompression von V_1 nach V_2 ;
- isobare Expansion von V_2 nach V_3 bei p_2 ;
- adiabatische Expansion von V_3 nach V_1 ;
- isochore Abkühlung von T_4 nach T_1 bei V_1 .

Das Arbeitsmedium sei ein ideales Gas mit aus N Teilchen mit f Freiheitsgraden je Teilchen.

- Skizzieren Sie den beschriebenen Kreisprozess im $p(V)$ -Diagramm.
- Berechnen Sie für jeden der vier Schritte die übertragene Wärme, die geleistete Arbeit und die Änderung der Inneren Energie in Abhängigkeit von $V_1, V_2, V_3, p_1, p_2, p_4$.
- Berechnen Sie den Wirkungsgrad η des Kreisprozesses als Funktion des Adiabatenkoeffizienten κ und der Volumenverhältnisse V_1/V_2 und V_3/V_2 , d.h.: $\eta = \eta(\kappa, V_1/V_2, V_3/V_2)$. Für den Zusammenhang der Zahl der Freiheitsgrade und dem Adiabatenkoeffizienten gilt $\kappa = (f + 2)/f$.

3. Zustandsgleichungen für thermische Strahlung

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz kann im wesentlichen auch aus einer nicht-statistischen Betrachtung mittels klassischer thermodynamischer Relationen abgeleitet werden, wobei die Proportionalitätskonstante a jedoch unbestimmt bleibt.

- Leiten Sie zunächst allgemein die Relation

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

her.

- Leiten Sie unter Verwendung der Tatsache, dass $u = U/V$ eine reine Funktion der Temperatur ist und für Photonen zudem $U = 3pV$ gilt, den Zusammenhang $u = aT^4$ ab.
- Bestimmen Sie die Adiabaten Gleichung in den Variablen V und p bzw. V und T .
- Zeigen Sie an diesem Beispiel: Die Differentialgleichung $\delta Q = 0$ ist *nicht* exakt, und $1/T$ stellt einen geeigneten integrierenden Faktor dar.
- Bestimmen Sie die Wärmekapazität C_V .

weiter auf nächstem Blatt →

4. Kritischer Punkt

Im kritischen Punkt haben die Isothermen im $p(V)$ -Diagramm gerade einen Sattelpunkt. Berechnen Sie für ein Gas mit der thermischen Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{V^2 T}\right)(V - b) = Nk_B T \quad ; \quad a, b = \text{const}$$

jeweils die Größen T_c, p_c und V_c , die den kritischen Punkt beschreiben. Leiten Sie die dimensionslose thermische Zustandsgleichung in den materialunabhängigen Variablen $\tilde{p} = p/p_c$, $\tilde{V} = V/V_c$ und $\tilde{T} = T/T_c$ ab.

5. Harmonischer Oszillator: Zwei-Niveau-System

Die Eigenenergiewerte eines Systems seien $U_n = \hbar\omega(n + 1/2)$ mit $n = 0, 1$.

- Berechnen Sie die Zustandssumme in der kanonischen Gesamtheit.
- Berechnen Sie daraus die Innere Energie U und spezifische Wärme C_V des Systems.
- Wie verhalten sich U und C_V für $T \rightarrow \infty$ und für $T \rightarrow 0$? Interpretieren Sie ihr Ergebnis.
- Geben Sie ohne Rechnung den Wert der Entropie für diese beiden Grenzfälle an. Begründen Sie ihr Ergebnis kurz in Worten.

6. Spinkette

Wir betrachten N unabhängige Spins an N festen Punkten auf einer Linie. Diese Spins befinden sich in einem äußeren Magnetfeld der Stärke B . Die Gesamtenergie U ist somit durch

$$U = -\mu B \sum_{i=1}^N s_i$$

gegeben. Dabei bezeichnet μ eine Konstante; das Produkt μB hat die Dimension einer Energie. Jeder der N Spins hat *drei* Einstellungsmöglichkeiten:

$$s_i \in \{-1, 0, 1\} \quad \text{für} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad .$$

Das System wird an ein Wärmebad mit der Temperatur T angekoppelt.

- Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme.
- Berechnen Sie die freie Energie und die Entropie.
- Berechnen Sie den Erwartungswert für einen einzelnen Spin (also z.B. für s_1) und für $\sum_{i=1}^N s_i$.