

Prof. Dr. W. Brenig M.Sc. Boris Celan Dipl.-Phys. Björn Willenberg

Thermodynamik und Quantenstatistik

WiSe 2013/14

15. Übungsblatt

Abgabe: Keine Abgabe

Übungsblätter gibt es unter https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1314/thermo1314.

1. Thermodynamische Relationen

Zeigen Sie, dass für die Enthalpie I(S, P, N) mit $dI = T dS + V dP + \mu dN$ folgende Beziehungen gelten:

(a)

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_{V,N} = C_V + \frac{\alpha V}{\kappa_T}$$

(b)

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{T,N} = \frac{\alpha T - 1}{\kappa_T}$$

Verwenden Sie für diese Rechnung die Legendre-Transformierte der inneren Energie *E* anstelle der Enthalpie *I*. Eventuell hilft Ihnen dann nachfolgende Beziehung, die bei Verwendung allerdings nachgewiesen werden müsste:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{T,N} = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N} - P$$

Dabei sind α und κ_T gegeben durch $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{P,N}$ und $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{T,N}$.

2. Diesel-Kreisprozess

Betrachten Sie den Dieselprozess, der aus den folgenden Schritten besteht:

- 1.) Adiabatische Kompression
- 2.) Isobare Erwärmung mit Volumenänderung von $V_k \rightarrow V_k + V_e$, mit V_e : Einspritzvolumen
- 3.) Adiabatische Expansion nach $V_k + V_h$, mit V_h : Hubvolumen
- 4.) Isochore Abkühlung

Dieser Prozess soll mit einem idealen Gas betrieben werden.

- (a) Skizzieren Sie den Prozess im (S, T)-Diagramm und im (P, V)-Diagramm. Geben Sie die funktionalen Abhängigkeiten in den einzelnen Teilschritten an.
- (b) Bestimmen Sie die übertragene Wärme und die geleistete Arbeit bei den vier Schritten (als Funktion der Temperaturen an den vier Eckpunkten).
- (c) Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad eines Dieselmotors gegeben ist durch

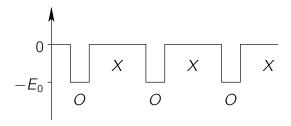
$$\eta = 1 - \epsilon^{1-\gamma} \frac{\phi^{\gamma} - 1}{\gamma(\phi - 1)}$$

mit $\gamma = C_P/C_V$, $\epsilon = (V_k + V_h)/V_k$ (Verdichtungsverhältnis) und $\phi = (V_k + V_e)/V_k$ (Einspritzverhältnis).

Bitte wenden! \rightarrow

3. Kristall mit einatomiger Basis

Betrachten Sie einen eindimensionalen Kristall aus N gleichen Atomen. Die Atome befinden sich an den Gitterplätzen O mit der Energie $\varepsilon = -E_0$. Die Atome können nun auf einen von zwei benachbarten Zwischengitterplätzen X mit der Energie $\varepsilon = 0$ angeregt werden.



- (a) Berechnen Sie die Entropie der Zustände, bei denen sich n Atome auf Zwischengitterplätzen befinden. Es gilt $1 \ll n \ll N$. Wegen $n \ll N$ können Sie vernachlässigen, dass zwei benachbarte Atome auf denselben Zwischengitterplatz angeregt werden könnten.
- (b) Wiederholen Sie Ihre Berechnung der Entropie aus (a), wobei die nicht besetzten Plätze (*Löcher*) im *O*-Gitter nicht mit den besetzten Zwischengitterplätzen korreliert sein sollen. D. h. die Atome können auch auf andere als die *direkt benachbarten* Zwischengitterplätze angeregt werden.

4. Bosonen und Fermionen

Wir betrachten ein Bosegas in drei Dimensionen mit folgender Dispersion:

$$\epsilon(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

(a) Bestimmen Sie die Potenz der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme C_V . Sie müssen dafür die auftretenden Integrale nicht berechnen.

Man betrachte nun den harmonischen Oszillator als Beispiel für ein spinloses fermionisches System. Die Energie E_n eines Zustandes ist dann gegeben durch

$$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}) \text{ mit } n \in \mathbb{N}$$

- (b) Berechnen Sie die Zustandssumme in der kanonischen Gesamtheit.
- (c) Berechnen Sie daraus die Energie E und spezifische Wärme C_V des Systems.