

Braunschweig, 15. April 2012

## Modellierung und Numerik von Differentialgleichungen

### 1 Numerische Grundlagen

Interpolation, Lagrangesche Basispolynome, Spline-Interpolation, Interpolationsfehler  
Quadratur, Rechteck-, Mittelpunkt-, Trapez- und Fassregel, Quadraturfehler, Newton-Côtes- und Gaußsche Quadraturformeln, zusammengesetzte Quadraturformeln  
Numerische Differentiation, Romberg-Extrapolation, einseitige und zentrale Differenzenquotienten  
Nichtlineare Gleichungen, Fixpunktiteration, Banachscher Fixpunktsatz, Newton-Verfahren, Konvergenzordnung

### 2 Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen

Einschrittverfahren, explizites und implizites Euler-Verfahren, Euler-Heun-Verfahren, Crank-Nicolson-Verfahren, verbessertes Euler-Verfahren, Implementation in Matlab  
Konsistenz und Konvergenz, Konsistenz- und Konvergenzordnung  
Runge-Kutta-Verfahren, Butcher-Schema, Schrittweitensteuerung  
Steife Differentialgleichungen,  $A$ -Stabilität, Stabilitätsbereiche  
Mehrschrittverfahren: Adams-Bashforth, Adams-Moulton, Backward-Difference-Formula

### 3 Diskretisierung der Wärmeleitungsgleichung

Modellierung, Randbedingungen, Finite Differenzen  
Eindimensionaler Fall, Linienmethode, Approximation der Eigenlösungen des Laplace-Operators, Courant-Friedrichs-Levy-Bedingung  
Diskretisierung im multivariaten Fall, Blockdiagonalmatrizen und Differenzensterne