

Braunschweig, 15. April 2012

Ingenieurmathematik V (Partielle Differentialgleichung)

1 Integration im \mathbb{R}^d und Integralsätze

Wdh. Differentiation im \mathbb{R}^d , partielle Ableitung, Richtungsableitung, Gradient, Divergenz, Rotation, Laplace-Operator, Taylor-Entwicklung

Wdh. Integration im \mathbb{R}^d Flächen-/Oberflächenintegral, Kurvenintegral 1. und 2. Art

Transformationsformel, partielle Integration im \mathbb{R}^d , Gaußscher Integralsatz, Senken und Quellen, Greensche Formeln, Stokesscher Integralsatz

2 Partielle Differentialgleichungen

Diffusion und Wärmeleitung: Modellierung, konstitutive Gleichungen, Kontinuitätsgleichung, Dirichlet- und Neumann-Randbedingungen, energetische Betrachtung, stationärer Fall

Schwingungen einer Saite, Wellenausbreitung, Energiebilanz, Membran

Transportgleichung, Plattenbiegung, elektrische Felder, Navier-Stokes-Gleichung

Klassifikation von partiellen Differentialgleichungen, Maximumprinzip, zulässige Anfangs- und Randbedingungen

3 Einfache analytische Lösungsansätze

Parabolische Differentialgleichungen im homogenen Fall, Produktansatz und Trennung der Variablen, Fourieransatz, Spektralzerlegung im inhomogenen Fall

Laplace-Gleichung in kartesischen und in Polarkoordinaten

Schallgeschwindigkeit in der Wellengleichung, unendliches Gebiet, Zerlegung in Wellen

Transportgleichung und Charakteristiken, Verkehrsdynamik, Erhaltungsform, Charakteristikenmethode, Burgers-Gleichung, Schock- und Verdünnungswelle, ortsabhängige Erhaltungsgleichungen

4 Fundamentallösung und Green-Funktion

Fundamentallösung für Laplace- und Wärmeleitungsgleichung, Green-Funktionen elliptischer Gleichungen, Poisson-Formel, Grundidee der Randintegralmethode

5 Variationsformulierung

Energetische Betrachtung, elliptische Differentialgleichung, Membranverformung, Energiefunktional

Schwache Formulierung, Testfunktion, schwache Lösung, Lösbarkeitsbedingung für Neumann-Problem

6 Finite Elemente

Stationäre Probleme, Grundidee des Ritz-Galerkin-Verfahren, Steifigkeits- und Massenmatrix

Zeitabhängige Probleme