INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. C. Jurecka
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

THEORETISCHE FESTKÖRPERPHYSIK — WS 2001/2002

14. Übungsblatt

21. **Tunnelexperimente**
Tunnelexperimente bieten die Möglichkeit, das Gap Δ und die Zustandsdichte $Z_s(E)$ der elementaren Anregungen eines Supraleiters zu messen. Man verbindet dabei zwei Metalle über eine Tunnelbarriere und mißt den Tunnelstrom I in Abhängigkeit von der angelegten Spannung U.

(a) Der Modell-Hamiltonoperator eines Supraleiters kann als

$$H = \mu N_{\rm op} + E_{\rm G} + \sum_{k,\sigma} E_k \gamma^\dagger_{k\sigma}\gamma_{k\sigma} \qquad (1)$$

geschrieben werden (μ ist das chemische Potential, $E_{\rm G}$ die Grundzustandsenergie und E_k die Energie der Ein-Teilchen-Anregungen des Supraleiters). $N_{\rm op} = \sum_{k\sigma} = \gamma^\dagger_{k\sigma}\gamma_{k\sigma}$ ist der Anzahloperator der Quasi-Teilchen. Die Operatoren $\gamma^{(\dagger)}_{k\sigma}$ sind durch die Transformation

$$\gamma_{k\uparrow} = u_k c_{k\uparrow} - v_k c^\dagger_{-k\downarrow}$$

definiert (vgl. VL).

- Welche Energie muss zur Erzeugung einer Quasi-Teilchen(Loch)-artigen Anregung aufgewandt werden?
- Worin besteht in einem isolierten Supraleiter die einfachste Anregung, die die Quasi-Teilchenzahl erhält? Welche Energie ist mindestens nötig?
- Zwei Metalle seien über einen Tunnelkontakt verbunden. Welche Bedingung ergibt sich an die chemischen Potentiale, wenn ein Elektron die Tunnelbarriere überquert?

(b) Phänomenologisch kann der Tunnelprozess durch den folgenden Hamiltonoperator beschrieben werden (kein Spin-Flip beim Tunneln):

$$H_{\rm T} = \sum_{\sigma kq} (T_{kq} c^\dagger_{k,\sigma} d_{q\sigma} + h.c.) \quad . \qquad (2)$$

$c^{(\dagger)}_{k\sigma}$ sind Elektronenerzeuger/-vernichter im Metall I, wohingegen die Operatoren $d^{(\dagger)}_{k\sigma}$ im Metall II definiert sind. Betrachten Sie das Tunneln eines Elektrons in einen Supraleiter in den Zustand $|k\uparrow\rangle$ bei $T = 0$. Zeigen Sie, dass die Übergangswahrscheinlichkeit nicht von den Koeffizienten u_k und v_k abhängt. *Hinweis:* Berücksichtigen Sie Entartungen im Anregungsspektrum des Supraleiters. Skizzieren Sie dazu E_k als Funktion von ϵ_k.

(c) *Tunnelprozess im Halbleiter-Bild*

- Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für den Tunnelstrom $I_{\rm nn}$ zwischen zwei Metallen an.

- Zeigen Sie für $T = 0$, dass der Tunnelprozess zwischen zwei Metallen im normalleitenden Zustand das Ohmsche Gesetz erfüllt und geben Sie den Widerstand R_{nn} der Barriere an.
- Betrachten Sie jetzt den Tunnelprozess zwischen einem Metall I im normalleitenden Zustand und einem Metall II im supraleitenden Zustand bei $T = 0$. Zeigen Sie, dass der Tunnelstrom I_{ns} erst für $eU \geq \Delta$ einsetzt. Skizzieren Sie $I = I(U)$ für $T = 0$ und $T > 0$.
- Bestimmen Sie die differentielle Leitfähigkeit $G_{\mathrm{ns}} = dI/dU$ für den Tunnelprozess zwischen einem normal- und supraleitenden Metall für $T \to 0$.