INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2003

18. Übungsblatt Abgabe: **Dienstag, den 15.7.2003, 11.25 Uhr**

Termine: die **2. Klausur** findet am **Freitag, den 18.7.03,** von 14-16 Uhr im Hörsaal **PK 15.1** (Physikhörsaal unter dem Audimax) statt. **Hilfsmittel** sind **nicht** zugelassen.

65. **Brechung und Reflexion an einer ebenen Grenzfläche**
Eine ebene, elektromagnetische Welle treffe bei $x_3 = 0$ auf die ebene Grenzfläche zwischen zwei homogenen und isotropen Dielektrika mit Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_1 \neq 1, \epsilon_2 \neq 1$ und den Permeabilitäten $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Der Normalenvektor der Grenzfläche sei $\vec{e}_3$. Die einfallende Welle komme aus dem Medium 1. Verwenden Sie für die reflektierte und die transmittierte Welle den Ansatz

$$\vec{E}^{R,T} = \vec{E}_0^{R,T}\, e^{i(\vec{k}^{R,T}\cdot\vec{r}-\omega^{R,T}t)}.$$

(a) Folgern Sie aus den Maxwellschen Gleichungen, dass es zwei unabhängige Sätze von Lösungen gibt: die *TM-Welle* ($\vec{H} \perp \vec{k}, \vec{e}_3$) und die *TE-Welle* ($\vec{E} \perp \vec{k}, \vec{e}_3$) (TE: transversal-elektrische Welle, TM: transversal-magnetische Welle).

(b) Verwenden Sie die Randbedingungen für die Felder bei $x_3 = 0$, um Bestimmungsgleichungen für die Amplituden $\vec{E}_0^R$ und $\vec{E}_0^T$ der reflektierten und der transmittierten Welle aufzustellen. Ermitteln Sie für die TM-Welle die Verhältnisse $t = |\vec{E}_0^T|/|\vec{E}_0|$ und $r = |\vec{E}_0^R|/|\vec{E}_0|$ und stellen Sie diese als Funktion von α (Einfallswinkel) und von ϵ_1 bzw. ϵ_2 dar. Plotten Sie $R = r^2$ und $T = 1 - R$ als Funktion des Einfallswinkels α für $\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 5$ und $\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 1.2$. Diskutieren Sie den Verlauf.

(c) Betrachten Sie den Fall, dass das Licht vom optisch dichteren auf das optisch dünnere Medium einfällt ($\epsilon_2 < \epsilon_1$). Bestimmen Sie denjenigen Winkel α_{total}, ab dem Totalreflexion eintritt. Zeigen Sie, dass k_z^T für $\alpha > \alpha_{total}$ imaginär wird und dass die reflektierte Welle und die transmittierte Welle im Fall der Totalreflexion jeweils eine Phasenverschiebung δ^R, δ^T bezogen auf die einfallende Welle aufweisen. Ermitteln Sie δ^R und δ^T als Funktion von $\epsilon_1, \epsilon_2, \alpha$. Geben Sie reelle Lösungen für $\vec{E}^T(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}^T(\vec{r}, t)$ für $\alpha > \alpha_{total}$ an. Berechnen Sie im Bereich der Totalreflexion den Poynting-Vektor $\vec{S}^T$ im Medium 2 sowie den zeitlichen Mittelwert von S_z^T.
Hinweis: bei der Mittelwertbildung können Sie sich auf die Stelle $x_1 = 0$ beschränken.

66. **Energietransport im Dielektrikum**
Zeigen Sie, dass der Energietransport in einem Dielektrikum mit Dielektrizitätstensor $\underline{\underline{\epsilon}}$ im allgemeinen nicht in Ausbreitungsrichtung der Welle erfolgt.

67. **Skineffekt**
Eine aus dem Vakuum kommende, ebene elektromagnetische Welle trifft bei $x_3 = 0$ senkrecht ($\vec{k} = k\vec{e}_3$) auf eine ebene Grenzschicht. Im Bereich $x_3 > 0$ befindet sich ein Ohmscher Leiter mit $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, $\epsilon = 1, \mu = 1$ und $\rho = 0$. Bestimmen Sie aus den Randbedingungen bei $x_3 = 0$ die Amplituden der reflektierten und transmitierten Welle. Geben Sie reelle Lösungen für die Felder an und berechnen Sie den Poynting-Vektor. Nach welcher Länge d ist die Amplitude der Welle im Halbraum $x_3 > 0$ auf den $1/e$-Anteil abgefallen? Betrachten Sie in dieser Aufgaben Wellen mit $\omega \ll 4\pi\sigma$.

68. **Ebene Wellen in einem Ohmschen Leiter (Präsenzübung)**
Bestimmen Sie die Dispersionsrelation ebener elektromagnetischer Wellen in einem Ohmschen Leiter mit $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ und reeller Dielektrizitätskonstante ϵ und Permebialität μ.

69. **Senkrechter Einfall ebener Wellen auf eine ebene Grenzfläche (Präsenzübung)**
Die ($x_3 = 0$)-Ebene ist die Grenzfläche zwischen einem Medium 1 im Halbraum $x_3 < 0$ mit $\epsilon_1 = 1, \mu_1 = 1$ und einem Medium 2 im Halbraum $x_3 > 0$ mit $\epsilon_2 < 0, \mu_2 = 1$. Beide Medien sind homogen und ungeladen. Eine aus dem Medium 1 kommende ebene Welle $\vec{E} = E_0 \exp(i(kx_3 - \omega t))\,\vec{e}_2$ falle senkrecht auf die Grenzschicht ein.

   (a) Welche Randbedingungen müssen $\vec{E}$ und $\vec{B}$ bei $x_3 = 0$ erfüllen?

   (b) Geben Sie die Dispersionsrelation $\omega(|\vec{k}|)$ für beide Medien an.

   (c) Ermitteln Sie die Amplituden des elektrischen Feldes der reflektierten Welle $\vec{E}^R$ und der transmittierten Welle $\vec{E}^T$ als Funktion von ϵ_2 und E_0. Zeigen Sie, dass $\vec{E}^R$ und $\vec{E}^T$ Phasenverschiebungen δ^R und δ^T bezogen auf die einfallende Welle $\vec{E}$ aufweisen und geben Sie δ^R und δ^T in Abhängigkeit von ϵ_2 an.

   (d) Berechnen Sie den Poynting-Vektor $\vec{S}^T$ im Medium 2 und bestimmen Sie dessen Mittelwert über eine Periode $T = 2\pi/\omega$.