INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2003

14. Übungsblatt Abgabe: **Dienstag, den 17.6.2003, 11.25 Uhr**

37. **Rotierende, geladene Kugel: konstante Winkelgeschwindigkeit**
Bestimmen Sie aus den retardierten Potentialen das elektrische und das magnetische Feld für eine homogen geladene Kugel mit Radius R, deren Oberfläche die konstante Oberflächenladungsdichte σ_0 trägt, und die mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Achse durch ihren Mittelpunkt rotiert. Diskutieren Sie die Raumpunkte $\vec{r}$ außerhalb der Kugel ($|\vec{r}| > R$) und innerhalb der Kugel ($|\vec{r}| < R$).

   Hinweis: diese Aufgabe wird in den kleinen Übungsgruppen am Dienstag, den 3.6.2003, behandelt. Eine Abgabe ist nicht verlangt!

38. **Rotierende, geladene Kugel: konstante Winkelbeschleunigung**
Eine homogen geladene Kugel mit dem Radius R und der Gesamtladung Q beginne zur Zeit $t = 0$ um eine feste Achse durch ihren Mittelpunkt mit konstanter Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha}$ zu rotieren. Der Mittelpunkt der Kugel sei $\vec{0}$. Bestimmen Sie mittels der retardierten Potentiale (siehe Vorlesung) das von dieser Ladungs- und Stromverteilung erzeugte elektromagnetische Feld (also $\vec{E}$ und $\vec{B}$) in den Raumpunkten $\vec{r}$ mit $|\vec{r}| > R$ und für Zeiten t mit $ct \leq |\vec{r}| - R$ bzw. $ct \geq |\vec{r}| + R$. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis physikalisch und interpretieren Sie die einzelnen Beiträge zu $\vec{E}$ und $\vec{B}$ (eine Skizze könnte hilfreich sein). Erläutern Sie insbesondere die Zeitabhängigkeit von $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ für $|\vec{r}| > R$ und gehen Sie (qualitativ) auf den Zeitraum $|\vec{r}| - R < ct < |\vec{r}| + R$ ein.

39. **Poynting-Theorem**
Leiten Sie das Poynting-Theorem für elektromagnetische Felder in Anwesenheit von Strömen und Ladungen ab, indem Sie von der Gleichung

$$\frac{dU_1}{dt} = \int_V d^3\vec{r}\,\vec{j} \cdot \vec{E}$$

   ausgehen. Welche physikalische Bedeutung hat die Größe U_1? Diskutieren und benennen Sie die Größen, die im Poynting-Theorem auftreten.
   Hinweis: verwenden Sie: $\frac{d}{dt}\int_V dV\, f(\vec{r}, t) = \int_V dV\, \partial_t f(\vec{r}, t)$.

40. **Lorentz-Invarianten**

   (a) Drücken Sie $F_{\mu\nu}F^{\nu\mu}$ durch die Komponenten von $\vec{E}$ und $\vec{B}$ aus. Ist diese Größe ein Lorentz-Skalar?

   (b) Stellen Sie für den Fall der speziellen Lorentz-Transformation die Transformationsgleichung für die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ auf und zeigen Sie mit Hilfe dieser Transformationsgleichungen, dass $\vec{E} \cdot \vec{B}$ ein Lorentz-Skalar ist.
   Hinweis: verwenden Sie die Darstellung der Lorentz-Transformation aus Aufgabe 16!

Bitte wenden!

41. **Polarisation ebener Wellen im Vakuum**

(a) Wie lauten die Maxwellschen Gleichungen für $\vec{E}$ und $\vec{B}$?

(b) Leiten Sie die homogene Wellengleichung für $\vec{B}$ aus den Maxwellschen Gleichungen ab, ohne die Potentiale zu verwenden ($\vec{j} = \vec{0}$; $\rho = 0$).

(c) Das elektrische Feld sei als ebene Welle in der Form

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{5}(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2)e^{i(kx_3 - \omega t)}; \quad \vec{k} = k\,\vec{e}_3$$

vorgeben. Berechnen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$ und geben Sie deren Polarisation an.

(d) Die magnetische Induktion sei als ebene Welle vom Typ

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_0 \cos(kx_3 - \omega t)\vec{e}_1 + B_0 \sin(kx_3 - \omega t)\vec{e}_2$$

vorgegeben. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ und geben Sie die Polarisation von $\vec{E}$ an.