INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2003

13. Übungsblatt Abgabe: **Donnerstag, den 5.6.2003, 11.25 Uhr**

---

33. **Residuensatz: Beispiele**

(a) Berechnen Sie ($z \in \mathcal{C}$):

$$\oint_C \frac{1}{z^6+1}\,dz,$$

wobei sich C aus den Teilstücken $C_1 = \{z \,|\, |z| = R; \mathrm{Im}\, z > 0; R > 0\}$ und $C_2 = \{z \,|\, -R \leq \mathrm{Re}\, z \leq R; \mathrm{Im}\, z = 0\}$ zusammensetzt.

(b) Berechnen Sie ($z \in \mathcal{C}$):

$$\oint_C \frac{e^{ikz}}{z^2+a^2}\,dz; \quad a, k \text{ reell},$$

wobei die Kurve C der Kreis mit Radius $|z| = 2|a|$ ist

34. **Homogene Wellengleichung**
Wir betrachten die homogene Wellengleichung für das skalare Potential Φ im Vakuum: $\Delta\Phi(\vec{r},t) - (1/c^2)\,\partial_t^2\Phi(\vec{r},t) = 0$.

(a) Zeigen Sie, dass die Wellengleichung für das skalare Potential Φ nicht forminvariant unter der Galilei-Transformation ist. Welche zusätzlichen Terme treten auf?

(b) Zeigen Sie durch direktes Einsetzen in die Wellengleichung, dass Kugelwellen $\Phi(\vec{r},t) \sim \exp(i(kr - \omega t))/r$ Lösungen der homogenen Wellengleichung sind.

(c) Zeigen Sie, dass $\Phi(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$ eine Lösung der homogenen, eindimensionalen Wellengleichung ist, wenn g, f beliebige, zweimal differenzierbare Funktionen sind. Diskutieren Sie die Zeitabhängigkeit von Lösungen der Form $f(x,t) = \exp(-\gamma(x-ct)^2); g \equiv 0; \gamma = \mathrm{const} > 0$. Skizzieren Sie $f(x,t_0)$ für verschiedene Zeiten t_0.

35. **Eichtransformationen**
Diskutieren Sie das Vektorpotential $\vec{A} = e^{-t/\tau}(xy, -z^2, zx)$ mit $\tau > 0$. Berechnen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$. Zeigen Sie, dass $\mathrm{div}\vec{A} \neq 0$ ist. Geben Sie eine Eichtransformation χ an, so dass $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$ die transversale Eichung (auch Coulomb-Eichung genannt) erfüllt. Welche Bestimmungsgleichung muß χ erfüllen? Durch die Angabe des Vektorpotentials ist das elektrische Feld $\vec{E}$ noch nicht festgelegt. Nehmen Sie an, dass es keine Quellen gibt und ermitteln Sie $\vec{E}$.

36. **Kontinuitätsgleichung**
Gegeben sei eine stationäre Ladungsdichte $\rho \neq \rho(t)$. Welche Form kann dann die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r},t)$ haben, wenn (i) $\vec{j}(\vec{r},t)$ überall dieselbe Richtung hat; (ii) $\vec{j}(\vec{r},t)$ ein radiales Feld ist (d.h., $\vec{j}(\vec{r},t) \sim \vec{e}_r$)?