INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2003

7. Übungsblatt Abgabe: **Präsenzübung, keine Abgabe**

20. Coulomb-Potential und Poisson-Gleichung

Das bekannte Coulomb-Potential einer Punktladung q am Ort $\vec{0}$ lautet:

$$\Phi = \frac{q}{|\vec{r}|} \quad \text{mit} \quad r = |\vec{r}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.$$

(a) Stellen Sie die Taylorreihe von $\Phi(\vec{r})$ um den Punkt $\vec{r} = \vec{r}_0 \neq \vec{0}$ bis zur zweiten Ordnung auf.

(b) Geben Sie das Feld $\vec{E}$ an.

(c) Skizzieren Sie die Feldlinien und die Äquipotentialflächen.

(d) Ermitteln Sie $\Delta\Phi(\vec{r})$ für $|\vec{r}| > 0$ und verifizieren Sie den Gaußschen Satz

$$\int_K dV \, \operatorname{div} \vec{E} = \oint_{\partial K} \vec{E} \cdot d\vec{f}$$

für das Vektorfeld $\vec{E}$ und die Gebiete $K = \{\vec{r} \,|\, 0 < \epsilon < |\vec{r}| \leq R\}$ bzw. $K = \{\vec{r} \,|\, |\vec{r}| \leq R\}$. Geben Sie $\Delta\Phi(\vec{r})$ bzw. $\operatorname{div} \vec{E}$ für beliebige $\vec{r}$ an.

21. Homogen geladene Vollkugel

Wir betrachten eine Kugel mit Radius R, die mit konstanter Raumladungsdichte ρ_0 belegt ist. Lösen Sie die Poisson-Gleichung in den Bereichen $r < R$ und $r > R$ unter Ausnutzung von Symmetrien. Verwenden Sie zur Bestimmung der Integrationskonstanten die Randbedingung $\lim_{r\to\infty} \Phi(\vec{r}) = 0$ und die Stetigkeit des Potentials bei $r = R$. Wodurch sind die restlichen beiden Integrationskonstanten festgelegt?