INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2003

6. Übungsblatt Abgabe: **Donnerstag, den 8.5.2003, 11.25 Uhr**

Fragen zu den Übungsaufgaben: F. Heidrich-Meisner, Raum A 313, Tel. 391-5184

16. **Lorentz-Transformation II: die Rapidität**
Die spezielle Lorentz-Transformation schreibt man häufig (hier nur die x_1 und t Komponenten) als

$$\mathcal{L}(\beta) = \begin{pmatrix} \cosh(\psi) & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}; \quad \psi = \operatorname{arctanh}(?); \quad \beta = v/c. \qquad (\Diamond)$$

Wodurch müssen die Fragezeichen ersetzt werden? Zwei aufeinanderfolgende Transformationen sollten $\mathcal{L}(\beta_1)\mathcal{L}(\beta_2) = \mathcal{L}(\beta)$ erfüllen. Hat $\mathcal{L}(\beta)$ wieder die Form ($\Diamond$)? Wie hängt β dann von β_1, β_2 ab? Bleibt $\beta < 1$ selbst für $\beta_1, \beta_2 \to 1$ erfüllt?

17. **Homogen geladene Kugeloberfläche**
Die Oberfläche einer Kugel mit Radius R trägt die konstante Flächenladungsdichte σ_0. Der Mittelpunkt der Kugel soll der Koordinatenursprung sein. Wir unterscheiden die Raumbereiche I ($r < R$) und II ($r > R$) mit $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$.

    (a) Berechnen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ in den Raumbereichen I und II aus dem Poisson-Integral

    $$\Phi(\vec{r}) = \int dV' \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

    und geben Sie dann das elektrische Feld $\vec{E}$ an.

    (b) Ermitteln Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$, indem Sie die Laplace-Gleichung unter Ausnutzung von Symmetrien in den Bereichen I,II separat lösen. Bestimmen Sie die auftretenden Integrationskonstanten aus Randbedingungen: $\lim_{r\to\infty} \Phi(\vec{r}) = 0$ und: $\Phi(\vec{r})$ ist stetig bei $r = R$. Welche zusätzliche Bedingung kommt im Bereich $r < R$ hinzu? Skizzieren Sie Φ als Funktion von r.
    Hinweis: eine Integrationskonstante bleibt (scheinbar) frei. Legen Sie diese durch Vergleich mit Ihren Ergebnissen aus Teil (a) fest.

    (c) Verwenden Sie den Gaußschen Satz, um das elektrische Feld $\vec{E}$ in den Bereichen I und II zu bestimmen. Bestimmen Sie dann das Potential. Wie verhält sich das elektrische Feld bei $r = R$? Skizzieren Sie $|\vec{E}|$ als Funktion von r.

18. **Poisson-Integral**
Der Bereich $\{\vec{r}\,|\,R_1 < \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < R_2; x_3 = 0; R_1, R_2 > 0\}$ ($\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$) ist mit einer konstanten Flächenladungsdichte σ belegt. Berechnen Sie das Potential Φ und das elektrische Feld $\vec{E}$ auf der x_3-Achse. Was erhalten Sie für $\vec{E}$ in den Grenzfällen (i) $R_1 \to 0$; (ii) $R_2 \to \infty$, (iii) $R_1 \to 0, R_2 \to \infty$? Skizzieren Sie für Fall (iii) den Feld- und Potentialverlauf.

Bitte wenden! →

19. **Superpositionsprinzip**

Eine Kugel mit Radius R_1 ist mit Ausnahme eines kugelförmigen Hohlraums mit der konstanten Ladungsdichte ρ aufgeladen. Der Hohlraum hat den Radius R_2, sein Mittelpunkt $\mathcal{O}_2$ befindet sich in der Entfernung a vom Mittelpunkt $\mathcal{O}_1$ der großen Kugel. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ sowie das Potential Φ in einem beliebigen Punkt im Inneren des Hohlraums. Welchen Wert hat Φ im Mittelpunkt der Hohlkugel?

Hinweis: wie üblich soll das Potential der gesamten Anordnung im Unendlichen verschwinden.