INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2002

16. Übungsblatt Abgabe: **Präsenzübung, keine Abgabe**

40. **Ebene Wellen**
Gegeben sei eine ebene Welle in einem linearen und homogenen Medium, das ungeladen ist:

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}.$$

(a) Berechnen Sie rot $\vec{E}$, div $\vec{E}$ und $\dot{\vec{E}}$.

(b) Bestimmen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ und geben Sie div $\vec{B}$, rot $\vec{B}$ sowie $\dot{\vec{B}}$ an.

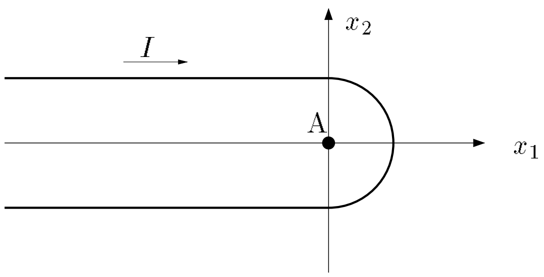
(c) Die Dielektrizitätskonstante ϵ und die Permeabilität μ können im allgemeinen frequenzabhängig sein. Für die dielektrische Verschiebungsdichte $\vec{D}$ gilt dann

$$\vec{D}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt'\, \epsilon(t-t')\vec{E}(t').$$

Was erhalten Sie für $\vec{D}(t)$, wenn Sie für $\vec{E}(t)$ eine ebene Welle ansetzen?

41. **Biot-Savart-Gesetz**

Bestimmen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes das Magnetfeld im Punkt A für den in der Skizze dargestellten, stromdurchflossenen Draht. A sei der Mittelpunkt des Halbkreises.
Hinweis: zerlegen Sie die Integration geeignet und überlegen Sie sich Parametrisierungen für die Teilstücke..



42. **Vergütungsschicht**
Eine dielektrische Schicht mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ_2 ist durch die Ebenen $x_3 = 0$ und $x_3 = d$ begrenzt und befindet sich zwischen zwei Medien mit ϵ_1 für $x_3 < 0$ und ϵ_3 für $x_3 > d$. Alle drei Medien seien ungeladen und nicht-magnetisch. Eine ebene elektromagnetische Welle falle vom Gebiet $x_3 < 0$ kommend senkrecht auf die Schicht ein.

(a) Welchen Randbedingungen müssen die Felder bei $x_3 = 0$ bzw. $x_3 = d$ erfüllen?

(b) Berechnen Sie die Amplituden der Felder für die reflektierte A^R_{ges} und die transmittierte Welle A^T_{ges} für diese Anordnung. Dabei müssen Mehrfachreflexionen berücksichtigen werden. Führen Sie die folgenden Abkürzungen für die Verhältnisse der Amplituden (vgl. Aufgabe 37d) bei der *einfachen* Reflexion und Brechung an einer Grenzfläche ein: r_{12} Licht fällt aus dem Medium 1 auf das Medium 2 ein und wird reflektiert; r_{21}: Licht fällt aus dem Medium 2 auf das Medium 1 ein und wird reflektiert. Die Koeffizienten r_{23}, t_{12} und t_{21} seien analog definiert. Zeigen Sie:

$$A^R_{\text{ges}} = \left(r_{12} + \frac{t_{21} r_{23} t_{12} e^{i2k_2 d}}{1 - r_{23} r_{21} e^{i2k_2 d}} \right) A_0. \tag{1}$$

k_2 ist der Wellenvektor im Medium 2; A_0 ist die Amplitude der einfallenden Welle.

(c) Sei $\epsilon_1 = 1$ (Luft) und $\epsilon_3 = n^2$ (Glas). Zeigen Sie, dass für $\epsilon_2 = n$ die Reflexion verschwindet (Vergütung). Wie muß man d wählen?
Zeigen Sie zunächst:

$$r_{ij} = \frac{\sqrt{\epsilon_i} - \sqrt{\epsilon_j}}{\sqrt{\epsilon_i} + \sqrt{\epsilon_j}}; \quad \text{und} \quad t_{ij} = \frac{2\sqrt{\epsilon_i}}{\sqrt{\epsilon_i} + \sqrt{\epsilon_j}}.$$

Drücken Sie alle auftretenden Koeffizienten durch n aus und setzen Sie diese in Gleichung (1) ein. (Zahlenbeispiel: typischer Brechungsindex $n = 1.6$, Wellenlänge von sichtbarem Licht in Luft: $\lambda = 0.5\mu m$).