INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2002

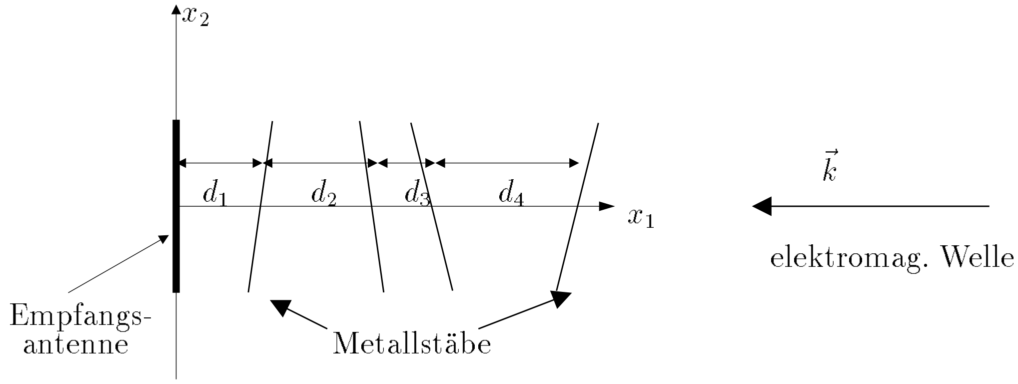
11. Übungsblatt Abgabe: **Dienstag, den 11.6.2002, bis 11.25 Uhr**

30. **Dipolstrahlung**

(a) Betrachten Sie eine zeitabhängige, oszillierende Ladungsverteilung $\rho(t)$ in einem begrenzten Volumen V. Was versteht man unter Dipolstrahlung? Fassen Sie die wesentlichen Eigenschaften der Dipolstrahlung in knappen, aber präzisen Worten zusammen. Diskutieren Sie die Strahlungscharakteristik.

(b) Bestimmen Sie die mittlere Strahlungsleistung $\langle\vec{S}\rangle$ zweier Dipole, die senkrecht zueinander in der x_2x_3-Ebene angeordnet seien ($\vec{p}_1 = p_0\vec{e}_3; \vec{p}_2 = p_0\vec{e}_2$). Drücken Sie Ihr Ergebnis für $\langle\vec{S}\rangle$ in kartesischen Koordinaten aus und skizzieren Sie die Strahlungscharakteristik in der x_1x_2-Ebene und in der x_2x_3-Ebene.
Hinweis: Gehen Sie analog zur Berechnung der Strahlungsleistung eines Dipols in der Vorlesung vor und nehmen Sie an, dass $\vec{p}_1 = \vec{p}_1{}^*, \vec{p}_2 = \vec{p}_2{}^*$ gilt.

(c) **Yagi-Antennen** Fernseh-Empfangsantennen sind häufig so gebaut, dass mehrere Metallstäbe auf einer Achse vor der eigentlichen Empfangsantenne angeordnet sind (siehe Skizze).



Von einer einfallenden elektromagnetischen Welle der Frequenz ω werden zeitabhängige Dipolmomente in den Metallstäben induziert. Unter welchen Bedingungen (Abstand der Antennen, Ausrichtung in der x_2x_3-Ebene, usw.) kann an der Empfangsantenne eine maximale Strahlungsleistung abgegriffen werden?

31. **Magnetostatik**

(a) Weisen Sie nach, dass $\vec{A} = (-(2I/c)\ln(r) + \mathrm{const})\vec{e}_z$ das Vektorpotential eines unendlich langen, infinitesimal dünnen Drahtes ist.

(b) Leiten Sie den folgenden Ausdruck für die Energie von stromdurchflossenen Leitern in der Magnetostatik her:

$$U_{\mathrm{mag}} = \frac{1}{2c}\int_V d^3r\, \vec{j}\cdot\vec{A}. \tag{1}$$

Bitte wenden! →

Geben Sie alle Zwischenschritte an und kommentieren Sie ausführlich die Vorgehensweise. Diskutieren Sie die Unterschiede zur Energie von Leitergeometrieen in der Elektrostatik.

(c) Zeigen Sie durch direktes Einsetzen einer beliebigen Eichtransformation in Gleichung (1), dass das Resultat für die Energie in der Magnetostatik eichinvariant ist.

(d) Zeigen Sie, dass das Vektorpotential in der Magnetostatik

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int d^3\vec{r}\,' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \tag{2}$$

die Coulombeichung erfüllt.
Hinweis: Bilden Sie die Divergenz von Gleichung (2) und ziehen Sie die Divergenz unter das Integral. Formen Sie so um, dass die Divergenz auf die gestrichenen Koordinaten wirkt und wenden Sie den Gaußschen Satz an.

Hinweis: Verwenden Sie in allen Aufgabenteilen, dass die Ströme $\vec{j}$ im Unendlichen verschwinden.

32. **Biot-Savart-Gesetz**
Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes das Magnetfeld einer unendlich langen Spule auf ihrer Mittelachse. Die Spule habe den Durchmesser $2R$ und die Windungszahl n. Die z-Achse soll mit der Mittelachse der Spule übereinstimmen. Gehen Sie wie folgt vor:

- Parametrisieren Sie die Spulenwindungen mit z.
- Nutzen Sie die Symmetrie aus und verwenden Sie Zylinderkoordinaten für die Integration.
- Auftretende Integrale, die nicht elementar lösbar sind, sollte man so behandeln: versuchen Sie, die Integrationsvariable dimensionslos und unabhängig von r, ϕ, z zu machen. Das verbleibende Integral ist dann nur eine Zahl, die Sie nicht mehr bestimmen müssen.