INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2002

10. Übungsblatt Abgabe: **Dienstag, den 4.6.2002, bis 11.25 Uhr**

---

27. **Multipolentwicklung**
Berechnen Sie das Monopol-, Dipol- und Quadrupolmoment der folgenden Ladungsverteilungen bezüglich des Koordinatenursprungs:

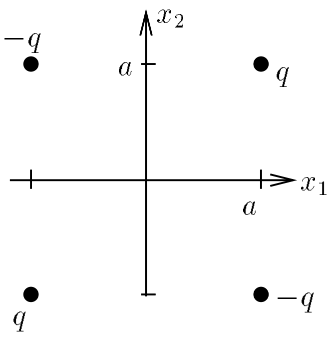
   (a) 4 Punktladungen q auf den Eckpunkten eines Quadrates der Seitenlänge $2a$ mit alternierendem Vorzeichen (siehe Skizze).

   (b) einer homogen geladenen Kugelschale mit Radius R, deren Mittelpunkt im Ursprung liege.

   (c) eines Zylinders mit Radius R und Länge L, der mit der Ladungsdichte $\rho(\vec{r}) = \{c\,x_3; c = \text{const} \text{ für } -L/2 \leq x_3 \leq L/2 \text{ und } x_1^2 + x_2^2 \leq R^2\}$ belegt ist.

   (d) eines homogen geladenen Rotationsellipsoiden mit Halbachsen a, a und b, dessen Mittelpunkt im Ursprung liege.

Geben Sie außerdem die Beiträge der einzelnen Momente zum Potential $\Phi(\vec{r})$ an.



28. **Quadrupolmoment**

   (a) Zeigen Sie, dass das Quadrupolmoment ein Tensor 2. Stufe ist.

   (b) Wann ist das Quadrupolmoment unabhängig von der Wahl des Koordinatenursprungs? Beweisen Sie Ihre Aussage.

29. **Rotierende, geladene Kugel**
Eine homogen geladene Kugel mit dem Radius R und der Gesamtladung Q beginne zur Zeit $t = 0$ um eine feste Achse mit konstanter Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha}$ zu rotieren. Der Mittelpunkt der Kugel sei $\vec{0}$. Bestimmen Sie mittels der retardierten Potentiale

$$\Phi(\vec{r}, t) = \int_V d^3\vec{r}\,' \, \frac{\rho(\vec{r}\,', t - |\vec{r} - \vec{r}\,'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \qquad \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int_V d^3\vec{r}\,' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}\,', t - |\vec{r} - \vec{r}\,'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

das von dieser Ladungs- und Stromverteilung erzeugte elektromagnetische Feld (also $\vec{E}$ und $\vec{B}$) in den Raumpunkten $\vec{r}$ mit $|\vec{r}| > R$ und für Zeiten t mit $ct \leq |\vec{r}| - R$ bzw. $ct \geq |\vec{r}| + R$. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis physikalisch und interpretieren Sie die einzelnen Beiträge zu $\vec{E}$ und $\vec{B}$ (eine Skizze könnte hilfreich sein). Erläutern Sie insbesondere die Zeitabhängigkeit von $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ für $|\vec{r}| > R$ und gehen Sie (qualitativ) auf den Zeitraum $|\vec{r}| - R < ct < |\vec{r}| + R$ ein.