INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE — SoSe 2002

4. Übungsblatt — Abgabe: **25.4.2002**

Termine: die Klausuren finden an den folgenden Terminen statt:

- 1. Klausur: **Mittwoch, 29.5.2002**, 14-16 Uhr.
- 2. Klausur: **Mittwoch, 10.7.2002**, 10-12 Uhr.

Bei Terminschwierigkeiten wenden Sie sich bitte umgehend an F. Heidrich-Meisner, Raum A 313, Tel. 391-5184.

---

11. **Relativistisches Allerlei**

   (a) Zeigen Sie, dass die Minkowski-Metrik $g_{\mu\nu}$ invariant unter Lorentz-Transformationen ist. Es reicht, nur spezielle Lorentz-Transformationen zu betrachten.

   (b) Die Beziehung $A^\mu = C^{\mu\nu} B_\nu$ gelte in jedem Inertialsystem, wobei A^μ und B^μ Lorentz-Vektoren sind. Zeigen Sie, dass $C^{\mu\nu}$ ein Lorentz-Tensor 2. Stufe ist. *Hinweis:* Überlegen Sie sich zunächst, wie sich kontra- und kovariante Vektoren transformieren.

   (c) Zeigen Sie, dass die relativistische, kinetische Energie $T_{\mathrm{kin}} = E(v) - E(0)$ für kleine Geschwindigkeiten $v \ll c$ in die klassische Formel für die kinetische Energie übergeht. Skizzieren Sie T_{kin} und $T_{\mathrm{kin,klass}}$.

   (d) **Zentraler Stoß, relativistisch** Betrachten Sie den zentralen Stoß eines Elektrons der Energie E^e_{vor} mit einem Proton. Welche Energie E^e_{vor} muß das Elektron vor dem Stoß haben, damit das Proton nach dem Stoß die Energie $E^p_{\mathrm{nach}} = 0.5\, E^e_{\mathrm{vor}}$ hat? Betrachten Sie den Stoß in dem Inertialsystem, in dem das Proton vor dem Stoß ruht.

12. **Geladenes Teilchen im konstanten elektrischen Feld**
   Die relativistischen Bewegungsgleichungen eines Teilchens der Ruhemasse m_0 und der Ladung q, dass sich in einem konstanten elektrischen Feld $\vec{E} = E_0 \vec{e}_1$ in der $x_1 x_2$ Ebene bewegt, sind:

$$\frac{d}{dt}\frac{m_0 \dot{x}_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = qE_0; \quad \frac{d}{dt}\frac{m_0 \dot{x}_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad \text{mit} \quad \beta^2 = \frac{\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2}{c^2}.$$

   Integrieren Sie die Bewegungsgleichungen und geben Sie $\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t)$ sowie die Bahnkurve $(x_1(t), x_2(t))$ an. Vergleichen Sie mit dem nicht-relativistischen Fall. Die Anfangsbedingungen seien

$$\dot{x}_1(0) = 0; \dot{x}_2(0) = v_0; x(0) = 0; y(0) = 0.$$

Bitte wenden! →

13. **Relativistische Lösegeldübergabe**

(a) Zwei Inertialsysteme Σ und Σ' bewegen sich relativ zueinander mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v_0\,\vec{e}_1$. Ein Teilchen bewege sich gleichförmig im System Σ, d.h., $\vec{x} = \vec{u}t$. Geben Sie die Transformationsgleichungen für die Geschwindigkeit $\vec{u}$ an.
Hinweis: Drücken Sie dt und dx_i durch dt' und dx'_i aus und bestimmen Sie dx_i/dt.

(b) Aus der Sicht eines Beobachters im Inertialsystem Σ bewegen sich zwei Raumschiffe auf parallelen Bahnen im Abstand d mit den Geschwindigkeiten $\vec{v}_1 = -c/2\,\vec{e}_2$ bzw. $\vec{v}_2 = c/2\,\vec{e}_2$.

   i. In dem Zeitpunkt, in dem die Raumschiffe vom System Σ aus gesehen den kürzesten Abstand d haben, schickt das Schiff 1 ein Paket mit der Geschwindigkeit $3c/4$ ab (wiederum bezogen auf das Inertialsystem Σ). In welchem Winkel muß aus der Sicht eines Beobachters an Bord von Schiff 1 das Paket abgeschickt werden, damit es das zweite Schiff erreichen kann? Nehmen Sie an, dass die Koordinatenachsen des Beobachters auf Schiff 1 parallel zu denen des Systems Σ sind.

   ii. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Paket vom Schiff 1 aus gesehen?