INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. F. Heidrich-Meisner

KLASSISCHE FELDTHEORIE — SoSe 2002

2. Übungsblatt — Abgabe: **18.4.2002**

Allgemeine Hinweise zum Übungsbetrieb: Die Hausaufgaben werden jeweils donnerstags am Ende der Vorlesung ausgegeben. Abzugeben sind die Aufgaben nach einwöchiger Bearbeitungszeit donnerstags bis 11:25 Uhr im dafür vorgesehenen Schrank im dritten Stock (Mendelsohnstrasse 3, zwischen Raum A316 und A317). Bitte geben Sie Ihren Namen und die Gruppennummer an.
Sprechstunde: keine besondere Zeit; mit Fragen zu den Übungsaufgaben können Sie sich jederzeit an F. Heidrich-Meisner wenden (Raum A313, Tel. 391-5184). Zusätzlich zu den kleinen Übungen bieten wir **mittwochs, 9:45-11:15, im Raum A318** eine grosse Übung für alle an.
Am **Mittwoch, den 17.04.02**, findet eine weitere Präsenzübung statt. Die Übungen in den kleinen Gruppen beginnen in der dritten Semesterwoche.

5. **Krummlinige, nicht-orthogonale Koordinaten**
   Als Beispiel für krummlinige und nicht-orthogonale Koordinaten u^1, u^2, u^3 betrachten wir (x^1, x^2, x^3 sind kartesische Koordinaten):

$$x^1 = a\,u^1\cos(u^2); \quad x^2 = b\,u^1\sin(u^2); \quad x^3 = c\,u^3; \quad a, b, c \neq 0.$$

   (a) Stellen Sie die kontra- und kovariante Basis sowie den metrischen Tensor auf. Skizzieren Sie die Koordinatenlinien in der x^1x^2-Ebene für $a = 1, b = 2$ und zeichnen Sie die kontra- und kovarianten Basisvektoren in den Punkten $(u^1, u^2) = (1, \pi/4)$ und $(u^1, u^2) = (1, \pi/2)$ ein. Welche Gleichungen beschreiben die Linien $u^1 = \text{const}$ bzw. $u^2 = \text{const}$ in kartesischen Koordinaten?

   (b) Bestimmen Sie den Laplace-Operator in den Koordinaten u^1, u^2, u^3.

   (c) Berechnen Sie die Oberfläche und den Trägheitstensor eines Ellipsoids mit homogener Massendichte ρ und den Hauptachsen a, b, c.

6. **Integrieren**
   Betrachten Sie das Vektorfeld $\vec{F} = 1/2(-x_2, x_1, 0)$ und eine beliebige, geschlossene Kurve C in der x_1x_2-Ebene.

   (a) Zeigen Sie, dass durch das Linienintegral $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{s}$ der Inhalt der orientierten, von C eingeschlossenen Fläche gegeben ist.

   (b) Verifizieren Sie diese Aussage für die Kurve

$$C : [0, 2\pi[\ni t \mapsto C(t) = (\cos(t), 1/2\sin(2t), 0)$$

   (c) und ein Dreieck, dessen einer Eckpunkt im Ursprung liege.

Bitte wenden! →

7. **Differentialoperatoren**
Ψ sei ein skalares Feld; $\vec{A}$ und $\vec{B}$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie:

(a) $\mathrm{div}\ (\Psi \vec{A}) = \Psi\, \mathrm{div}\ \vec{A} + \vec{A} \cdot \nabla \Psi$

(b) $\mathrm{div}\ (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \mathrm{rot}\ \vec{A} - \vec{A} \cdot \mathrm{rot}\ \vec{B}$

Verwenden Sie dabei die Komponentenschreibweise und Einsteinsche Summenkonvention.