INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

KLASSISCHE FELDTHEORIE — SS 1999

9. Übungsblatt — Abgabe: Donnerstag, 24.6.99, bis 11.25 Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, Raum A317, Dienstag, 10.00–11.30 Uhr., Tel:: 391-5187

28. Man betrachte einen unendlich langen Draht mit vernachlässigbar kleinem Querschnitt. Der Draht besteht aus einer positiven „Ladungsdichte pro Länge“ $\varrho^+ = q/l$ (den Ionenrümpfen im Metall) und einer negativen Ladungsdichte $\varrho^- = -q/l$ (den freien Elektronen), d.h. pro Länge l befindet sich gerade eine Ionenladung der Größe q und eine Elektronenladung der Größe $-q$ im Leiter. Die Gesamtladungsdichte ist null. Die negativen Ladungen, die ϱ^- bilden, bewegen sich jedoch mit der Geschwindigkeit v entlang des Drahtes und erzeugen so einen konduktiven Strom. Zum Zeitpunkt t_0 bewege sich parallel zum Draht eine Probeladung Q im Abstand r vom Draht mit derselben Geschwindigkeit v in dieselbe Richtung wie die Elektronen.

    (a) Berechnen Sie den Betrag der Lorentzkraft auf die Probeladung im Ruhesystem des Drahtes zum Zeitpunkt t_0.

    (b) Im Ruhesystem der Probeladung wirkt natürlich keine Kraft aufgrund des Magnetfeldes, da für die Probeladung in diesem System ja $v = 0$ gilt. Dennoch entsteht durch die Längenkontraktion eine effektive Ladungsdichte im Draht. Berechnen Sie diese Ladungsdichte und die dadurch entstehende elektrische Anziehungskraft auf die Probeladung und vergleichen Sie das Ergebnis mit (a), insbesondere für $v \ll c$.

    Hinweis: Der Betrag des elektrische Feldes eines mit der Ladungsdichte ϱ geladenen, unendlich langen Leiters im Abstand r ist

$$E(r) = \frac{\varrho}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad .$$

29. In der Vorlesung wurde für die Potentiale einer bewegten Ladung mittels der Lorentztransformation

$$A_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{v}{c^2}\frac{1}{\sqrt{(x_1 - vt)^2 + (x_2^2 + x_3^2)(1 - v^2/c^2)}} \quad , \quad A_2 = A_3 = 0 \quad ,$$

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{(x_1 - vt)^2 + (x_2^2 + x_3^2)(1 - v^2/c^2)}} \tag{1}$$

    abgeleitet. Man gelangt zu diesem Ergebnis auch ohne die Lorentztransformation.

    (a) Für Φ soll diese Rechnung durchgeführt werden. Dazu setzte man für die Ladungsdichte

$$\varrho(x_1, t) = q\delta(x_1 - vt)\delta(x_2)\delta(x_3)$$

    an und berechne das *retardierte(!)* Potential im gesamten Raum.

Vorgehensweise: Durch die Verwendung der retardierten Zeit entsteht in einer der Deltafunktionen ein kompliziertes Argument. Dieses ist komplett zu substituieren. Man gelangt dann nach Ausrechnen des entsprechenden Integrals für Φ zu dem Ergebnis

$$\Phi = K \cdot \left. \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + r^2} + \beta\Delta} \right|_{\Delta(\xi=0)} \quad ,$$

wobei $K = q/(4\pi\varepsilon_0)$, $r^2 = x_2^2 + x_3^2$, $\Delta = x_1' - x_1$ (x_1' ist die Integrationskoordinate, x_1 die Aufpunktkoordinate), $\xi = \Delta + u + \beta\sqrt{\Delta^2 + r^2}$, $u = x_1 - vt$ und $\beta = v/c$ ist. Für $\Delta(\xi = 0)$ ergeben sich zwei Lösungen. Man zeige durch Einsetzen in die ursprüngliche Bestimmungsgleichung, daß nur eine davon tatsächlich die Bedingung $\xi = 0$ erfüllt. Es empfiehlt sich, während dieser Rechnung außerdem noch die Abkürzung $w = \sqrt{\gamma^2 r^2 + u^2}$ einzuführen ($\gamma^2 = 1 - \beta^2$). Damit kommt man dann relativ einfach zum oben angegebenen Endergebnis $\Phi = K/w$.

(b) Man zeichne für die bewegte Ladung die Äquipotentialflächen von Φ und die elektrischen Feldlinien.