INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

KLASSISCHE FELDTHEORIE — SS 1999

7. Übungsblatt — Abgabe: Donnerstag, 17.6.99, bis 11.25 Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, Raum A317, Dienstag, 10.00–11.30 Uhr., Tel:: 391-5187

20. Zur Übung der in der Vorlesung eingeführten Komponentenschreibweise (Bitte auch benutzen!).

    (a) Zeigen Sie:

    $$\mathrm{rot}(\underline{A} \times \underline{B}) = \underline{A}\,\mathrm{div}\,\underline{B} - \underline{B}\,\mathrm{div}\,\underline{A} + (\underline{B}\cdot\mathrm{grad})\underline{A} - (\underline{A}\cdot\mathrm{grad})\underline{B} \quad .$$

    (b) Zeigen Sie:

    $$\mathrm{Spur}(\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{S}}) = 0 \quad ,$$

    wobei $\underline{\underline{A}}$ ein antisymmetrischer, und $\underline{\underline{S}}$ ein symmetrischer Tensor sei.

21. Zeigen Sie, daß die Wellengleichung im Vakuum für das Potential Φ

    $$\Delta\Phi - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\Phi = 0$$

    nicht kovariant unter Galilei-Transformation, aber kovariant unter der speziellen Lorentz-Transformation ist.

22. Zeigen Sie, daß aus der Hamiltonfunktion

    $$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}\left(\underline{p} - q\underline{A}\right)^2 + q\Phi$$

    die Bewegungsgleichung

    $$m\underline{\ddot{x}} = q\underline{E} + q(\underline{v} \times \underline{B})$$

    folgt.

    Hinweise: Beachten Sie, daß in den Bewegungsgleichungen *totale* Zeitableitungen auftauchen! Es ist auch bei dieser Aufgabe vorteilhafter die Komponentschreibweise statt der Vektorschreibweise zu benutzen.

23. **Das Betatron.** Im Betatron werden Elektronen in einem durch den zeitlichen Anstieg eines Magnetfeldes $\underline{B}$ (das parallel zur z-Achse liegen möge) erzeugten elektrischen Ringfeld $\underline{E}$ beschleunigt. Das Magnetfeld soll weiterhin dafür sorgen, daß die Elektronen auf ihrer vorgeschriebenen Bahn — einem Kreis mit Radius r_0 — bleiben. Welche Bedingung muß das magnetische Feld erfüllen, damit das klappt? Kann man dies mit einem homogenen Magnetfeld erreichen?

    Hinweise: Man benutze Zylinderkoordinaten und schreibe sich die Bewegungsgleichungen für Elektronen in diesen Koordinaten auf. Wegen der Symmetrie soll das Magnetfeld nur eine z-Komponente, das entstehende elektrische Feld daher nur eine φ-Komponente haben. Wie sich am Ende ergibt, darf das Magnetfeld nicht homogen sein. Eine genauere Betrachtung ergibt, daß dann nur in der Bahnebene ($z = 0$) die Radialkomponente verschwindet, ansonsten jedoch nicht, und daß diese nach innen gerichtet sein muß, was zur Stabilität der Bewegung beiträgt.