INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

KLASSISCHE FELDTHEORIE — SS 1999

1. Übungsblatt — Abgabe: Dienstag, 27. 4. 99, bis 11.25 Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, Raum A317, Dienstag, 10.45–11.30 Uhr.

1. Gegeben seien die beiden zweidimensionalen Kraftfelder

$$\underline{F}_1 = (c, \frac{y}{x^2+1}, 0) \quad \text{und} \quad \underline{F}_2 = (x, -y, 0) \quad .$$

   (a) Skizzieren Sie den Feldverlauf in der (x, y)-Ebene.

   (b) Bestimmen Sie Quellen und Wirbel.

   (c) Prüfen Sie, ob die Felder ein Potential besitzen, und bestimmen Sie dieses.

   (d) Bestimmen sie $\int \underline{F} \cdot d\underline{x}$ längs der Wege

$$\begin{aligned} C_1 &: (0,0) \rightarrow (a,0) \rightarrow (a,b) \\ C_2 &: (0,0) \rightarrow (a,b) \quad \text{mit} \quad y = x \\ C_3 &: (0,0) \rightarrow (a,b) \quad \text{mit} \quad y = x^2 \quad . \end{aligned}$$

2. Das elektrische Feld einer Punktladung Q im Koordinatenursprung wird beschrieben durch

$$\underline{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\underline{r} \quad \text{mit} \quad \underline{r} = (x, y, z) \quad \text{und} \quad r = \mid \underline{r} \mid \quad .$$

   (a) Skizzieren Sie das Feld $\underline{E}$

   (b) Berechnen Sie den Gesamtfluß von $\underline{E}$ durch eine Kugeloberfläche mit Radius R. Diese werde durch den Azimtuhwinkel φ und den Polarwinkel θ parametrisiert. Bestimmen Sie dazu die metrischen Koeffizienten g^{ij} mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Vektoren $\underline{a}^{(i)}$ und die Normale des Flächenelements und zeichnen Sie diese Vektoren für verschiedene Punkte auf der Oberfläche.

   (c) Berechnen Sie $\operatorname{div} \underline{E}$ für $r \neq 0$.

   (d) Was muß $\operatorname{div} \underline{E}(r = 0)$ sein, damit der Satz von Gauß erfüllt wird?

3. Gegeben seien zwei Vektorfelder $\underline{F}$ und $\underline{G}$, für die $\operatorname{rot} \underline{F} = \operatorname{rot} \underline{G}$ gilt. Zeigen Sie, daß sich $\underline{F}$ und $\underline{G}$ dann um (i) eine Konstante und (ii) den Gradienten eines skalaren Feldes unterscheiden können.

4. Berechnen Sie die Fläche, die von der Kurve

$$\underline{x} = (\sin t, \sin 2t) \quad \text{mit} \quad t \in [0 \ldots \pi]$$

   umschlossen wird mit Hilfe des Satzes von Stokes.

   Hinweis: Das Wegelement ist gegeben durch $d\underline{x} = d_t\underline{x}dt$.