

## Inhaltsverzeichnis

Erstellung der Grundgesamtheiten .....	2
Normalverteilte Zufallszahlen .....	2
t-verteilte Zufallszahlen .....	2
chi <sup>2</sup> -verteilte Zufallszahlen .....	2
Erwartungstreue - Erweiterung .....	3
Zusammenfassung der Ergebnisse der Nominalwertbestimmung - Erweiterung.	6
Gütefunktionen bei normalverteilten Datensätzen - Tabellen .....	9
Lineare Trends .....	9
Sinustrends / periodische Trends .....	12
Kombinierte Trends .....	15
Vergleichbarkeit der Ergebnisse bei unterschiedlichen Verteilungsformen mittels Median-Deviation (MAD, $\tilde{D}$ ) .....	18
Tabellen zur Ergänzungen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse in Form von Übersichtstabellen .....	28
Bewertung der Ergebnisse:.....	33
Verteilungsformen .....	33
Stichprobenumfänge .....	36
Irrtumswahrscheinlichkeiten.....	46
Blockzahlen.....	52

# Erstellung der Grundgesamtheiten

## *Normalverteilte Zufallszahlen*

Definiert man die gleichverteilten Zufallszahlen als kumulierte Wahrscheinlichkeiten (y-Wert der Verteilungsfunktion) einer Normalverteilung, so lassen sich mit der Funktion `norminv(Wahrscheinlichkeit; Mittelwert; Standardabweichung)` normalverteilte Zufallszahlen mit den gewünschten Parametern für Mittelwert und Standardabweichung generieren. Durch die unterschiedlichen Steigungen im Verlaufe der Verteilungsfunktion, werden sehr viel mehr gleichverteilte Zufallszahlen einer Merkmalsausprägung (x-Wert der Verteilungsfunktion) in der Nähe des Mittelwertes als in den Extrembereichen zugeordnet. Auf diese Weise kommt es zu der erwünschten Häufung der Zahlen um einen vorgegebenen Mittelwert. Das Ausmaß der Häufung (einfacher formuliert: die Streuung) lässt sich dabei über die Standardabweichung regulieren. Zusammengefasst lautet die Funktion für das Generieren normalverteilter Zufallszahlen mit einem Mittelwert von 100 und einer Standardabweichung von 1 also: `norminv(zufallszahl(); 100; 1)`. Um 20.000 dieser Zahlen zu generieren, müssen entsprechend 20.000 Zellen einer Excel®-Tabelle mit dieser Funktion ausgestattet werden.

Die Werte der generierten Zahlen sollten gespeichert werden, anderenfalls werden bei jedem Vorgang mit diesen Zahlen neue Zufallszahlen generiert, das heißt der Datensatz verändert sich mit jeder weiteren Berechnung. Zum Vergleich der Trendtests ist es aber sinnvoll, immer vom selben Datensatz auszugehen um möglichst viele Einflussgrößen konstant zu halten, auch wenn die Schwankungen von Mittelwert und Standardabweichung bei 20.000 Werten nur sehr gering sind.

## *t-verteilte Zufallszahlen*

Entsprechend der Vorgehensweise bei den normalverteilten Zahlen, lassen sich auch t-verteilte Zufallszahlen in Excel® generieren. Die Vorgehensweise ist hier ähnlich, jedoch sind einige rechnerische Umwege nötig, da im Unterschied zur Normalverteilung kein Mittelwert für die Verteilung gewählt werden kann. Die gespeicherten Werte der gleichverteilten Zufallszahlen von 0 bis 1, die bereits zur Generierung des normalverteilten Datensatzes genutzt wurden, werden auch hier verwendet. Von diesen Zahlen wird zunächst 0,5 subtrahiert, so dass man gleichverteilte Zufallszahlen von -0,5 bis 0,5 erhält. Diese Werte werden anschließend mit 2 multipliziert „`=2*(zufallszahl()-0,5)`“, es entstehen gleichverteilte Zufallszahlen x von -1 bis 1, deren Absolutbeträge  $|x|$  „`=abs(x)`“ folglich 0 bis 1 betragen. Diese Absolutbeträge werden jetzt als Wahrscheinlichkeiten einer zweiseitigen t-Verteilung mit 4 Freiheitsgraden definiert „`=tinv(abs(x);4)`“. Diese Zahlen y werden dann mit dem Vorzeichen von x „`=vorzeichen(x)`“ multipliziert, das rechnerisch durch Division von x und dem Betrag von x entsteht und einen Wert von +1 oder -1 annimmt. Diese Zahlen werden abschließend auf 100 addiert. So erhält man t-verteilte (4 Freiheitsgrade) Zufallszahlen mit einem Mittelwert von 100.

## *chi<sup>2</sup>-verteilte Zufallszahlen*

Für die chi<sup>2</sup>-verteilten Zufallszahlen werden wiederum die einmalig generierten und gespeicherten, gleichverteilten Zufallszahlen von 0 bis 1 verwendet. Wie bei den normalverteilten Zufallszahlen erfolgt die Umrechnung in chi<sup>2</sup>-verteilte (7 Freiheitsgrade) Zufallszahlen in Excel® direkt durch „`=chiinv(zufallszahl();7)`“. In diesem Falle ist es am einfachsten, den Mittelwert dieser Zahlen zu berechnen und zu subtrahieren und anschließend 100 zu addieren. Auf diese Weise erhält man chi<sup>2</sup>-verteilte Zufallszahlen mit einem Mittelwert von 100.

nach [oben](#)

## Erwartungstreue - Erweiterung

Die Ergebnisse für Stichprobenumfänge  $n$  von 12 bis 800 sind für alle sechs untersuchten Tests in Tabellen aufgeführt. Für  $n=12$  bis  $n=80$  wurden alle geradzahligen Stichprobenumfänge  $n$  getestet, dann die Stichprobenumfänge  $n=90, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 400, 600$  und  $800$ . Auf diese Weise konnte bei noch vertretbarem Aufwand ein großer Zahlenbereich für mögliche Stichprobenumfänge untersucht werden. Obwohl einige Tests größere Stichprobenumfänge ( $n \geq 20$ ) erfordern, wurden auch sehr kleine Stichprobenumfänge ( $n=12, 14..$ ) an allen Tests untersucht, um die Auswirkung einer derartigen Verletzung der Voraussetzung für den jeweiligen Test abschätzen zu können.

Die ersten sechs Ergebniszeilen enthalten die Anzahl positiver Testergebnisse. Das heißt, in diesen Fällen zeigte der jeweilige Trendtest einen Trend in der Stichprobe an, obwohl die Grundgesamtheit, der Datensatz aus dem diese Stichprobe gezogen wurde, nicht trendbehaftet ist. Der Erwartungswert für derartige falsch-positive Ergebnisse ist durch die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  für einen Fehler erster Art gegeben. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=10\%$  ( $\alpha=0,1$ ) sollte also folglich bei 10% aller gezogenen Stichproben ein Trend detektiert werden. Hier werden 50.000 Stichproben gezogen, 10% von 50.000 sind also 5.000 falsch-positive Ergebnisse. Wie man leicht erkennen kann, weichen die durch die Simulation erhaltenen Werte je nach Stichprobenumfang und verwendetem Test mehr oder weniger stark von diesem Erwartungswert 5.000 ab. Deutlich wird dies durch die zweiten sechs Ergebniszeilen, in denen für jedes Ergebnis die Differenz zum Erwartungswert angegeben ist.

Test \ n	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
Cox-Stuart	<b>1575</b>	6254	3585	9094	5505	3227	7247	4645	2808	5925
Mann	5910	5018	4737	4872	5057	5054	4845	5338	4962	5088
Wilcoxon	4786	4819	5302	4736	5387	5066	5018	5215	5163	4876
Wallis-Moore	979	4220	2734	3762	2292	3189	2078	4382	3073	3681
Regression	5092	5043	5026	5052	5127	4994	5089	5213	5189	5219
Von Neumann	4884	4747	4841	4816	4953	4805	4659	4743	4758	4838
Cox-Stuart	<b>-3425</b>	1254	-1415	4094	505	-1773	2247	-355	-2192	925
Mann	910	18	-263	-128	57	54	-155	338	-38	88
Wilcoxon	-214	-181	302	-264	387	66	18	215	163	-124
Wallis-Moore	-4021	-780	-2266	-1238	-2708	-1811	-2922	-618	-1927	-1319
Regression	92	43	26	52	127	-6	89	213	189	219
Von Neumann	-116	-253	-159	-184	-47	-195	-341	-257	-242	-162

32    34    36    38    40    42    44    46    48    50    52    54

3771	7258	4913	3226	5687	3978	6660	4720	3138	5504	3633	6142
4978	5160	4967	5176	4999	4964	5029	5023	5125	4900	4954	5061
4919	4973	5295	5211	5088	5218	4921	5037	5245	4844	5064	5170
6517	4651	5189	3690	6141	4573	4929	5543	3962	6122	4651	4957
5118	5193	4990	4939	5090	5083	5160	4993	5136	4968	5123	5036
4637	4698	4681	4706	4688	4748	4682	4679	4637	4671	4630	4726

-1229	2258	-87	-1774	687	-1022	1660	-280	-1862	504	-1367	1142
-22	160	-33	176	-1	-36	29	23	125	-100	-46	61
-81	-27	295	211	88	218	-79	37	245	-156	64	170
1517	-349	189	-1310	1141	-427	-71	543	-1038	1122	-349	-43
118	193	-10	-61	90	83	160	-7	136	-32	123	36
-363	-302	-319	-294	-312	-252	-318	-321	-363	-329	-370	-274

56    58    60    62    64    66    68    70    72    74    76    78

4488	6650	5045	3649	5598	3949	6096	4589	6788	5108	3843	5570
5154	4884	5041	5170	5118	4874	4981	5075	4991	5144	5017	5007
5096	5030	5018	5146	5050	5016	5071	5142	5146	5222	5058	5123
3662	5615	5994	4449	4934	5277	5474	4191	4428	6225	4868	5176
4980	5012	5192	5032	5052	5053	5056	5084	5053	5020	5041	4997
4626	4562	4650	4717	4641	4636	4677	4688	4672	4675	4777	4790

-512	1650	45	-1351	598	-1051	1096	-411	1788	108	-1157	570
154	-116	41	170	118	-126	-19	75	-9	144	17	7
96	30	18	146	50	16	71	142	146	222	58	123
-1338	615	994	-551	-66	277	474	-809	-572	1225	-132	176
-20	12	192	32	52	53	56	84	53	20	41	-3
-374	-438	-350	-283	-359	-364	-323	-312	-328	-325	-223	-210

80    90    100    120    140    160    180    200    400    600    800

4009	3776	5978	4576	6136	4791	5831	4585	5598	4783	5743
5015	4964	5088	5005	4996	5018	5204	5066	5205	4845	5510
5204	5106	5186	5071	5157	5254	5339	5259	5730	5116	6120
3963	5125	4573	5102	4355	4429	5469	5499	4940	4889	4999
5070	5036	5055	4887	5002	5147	5015	5028	4959	4831	4720
4645	4712	4730	4686	4751	4752	4729	4687	4778	5029	4828

-991	-1224	978	-424	1136	-209	831	-415	598	-217	743
15	-36	88	5	-4	18	204	66	205	-155	510
204	106	186	71	157	254	339	259	730	116	1120
-1037	125	-427	102	-645	-571	469	499	-60	-111	-1
70	36	55	-113	2	147	15	28	-41	-169	-280
-355	-288	-270	-314	-249	-248	-271	-313	-222	29	-172

Tabelle 1: Datensatz ohne Trend, normalverteilte (Pseudo-)Zufallszahlen, Varianz  $\hat{\sigma}^2 = 1$

( $\hat{\sigma} = 1$ ),  $N = 20.000$ , Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 10\%$ , zweiseitige Teststatistik, Ziehung von  $r = 50.000$  Zufallsstichproben

Zusätzlich zu den bereits hier aufgeführten Daten bei den normalverteilten Datensätzen finden Sie in der dazugehörigen Dissertationsschrift, die ebenfalls online publiziert wird, die Grafiken für die Irrtumswahrscheinlichkeiten 5% und 1% sowie für normalverteilte Datensätze  $N(100, 0,5)$  und  $N(100, 0,25)$  jeweils für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=5\%$ .

nach [oben](#)

## **Zusammenfassung der Ergebnisse der Nominalwertbestimmung - Erweiterung**

Der Test nach Cox und Stuart zeigt insgesamt vergleichsweise große Abweichungen vom Nominalwert. Die entstehenden Muster sind abhängig von der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ . Für  $\alpha=10\%$  sind die Abweichungen etwa symmetrisch um den Nominalwert verteilt, also sowohl unterschätzend als auch überschätzend. Für  $\alpha=5\%$  zeigt sich ein wellenförmiger Verlauf der Abweichungen vom Erwartungswert. Bis zu einem Stichprobenumfang von  $n=30$  ist die Differenz zum Erwartungswert bei den unterschätzten Werten größer als bei den überschätzten. Bis etwa zu einem Stichprobenumfang von  $n=72$  folgt eine Phase, in der die Differenz zum Erwartungswert bei den überschätzten Werten größer ist als bei den unterschätzten. Bis etwa  $n=80$  werden die Werte dann wieder stärker unterschätzt, bei noch größeren Stichprobenumfängen tendenziell eher überschätzt. Für  $\alpha=1\%$  dominieren unterschätzte Werte. Das heißt, die Differenzen zum Erwartungswert sind bei den unterschätzten Werten im Mittel größer als bei den überschätzten. Zudem werden für etwa  $2/3$  der getesteten Stichprobenumfänge  $n$  die Nominalwerte unterschätzt während nur etwa  $1/3$  der getesteten Stichprobenumfänge überschätzte Nominalwerte liefern. Diese unterschiedlichen Charakteristika der verschiedenen Irrtumswahrscheinlichkeiten 10%, 5% und 1% zeigen sich bei verschiedenen Datensätzen unabhängig von der Verteilungsform und der Streuung des zugrunde liegenden Datensatzes.

Es zeigt sich ferner eine starke Abhängigkeit der Fehlschätzung vom Stichprobenumfang  $n$ . Stichproben mit aufeinander folgenden geradzahligem  $n$  liefern teilweise sehr unterschiedliche Ergebnisse mit entgegengerichteten Fehlschätzungen. Bei größeren Stichprobenumfängen wird die Abweichung vom Erwartungswert tendenziell kleiner. Durch die phasische Fehlschätzung ergibt sich ein stufenartiges Muster mit kleiner werdenden mittleren Differenzen.

Beim Test nach Mann zeigt sich bei der Ausgangssituation  $\alpha=10\%$ , normalverteilte Daten ( $sdv=1$ ), wenn auch deutlich schwächer ausgeprägt, eine ähnliche phasische Verschätzung wie beim Trendtest nach Cox und Stuart. Die Unterschiede von einem Stichprobenumfang zum nächst größeren sind bei diesem Test deutlich geringer ausgeprägt als beim Trendtest nach Cox und Stuart und insgesamt sind die Werte hier sehr erwartungskonform. Bei den Abweichungen vom Nominalwert ist geringfügig das Überschätzen dominant. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=5\%$  unter sonst gleichen Bedingungen ist das absolute Ausmaß der Abweichungen vom Erwartungswert beim Test nach Mann interessanterweise nicht geringer als bei  $\alpha=10\%$ . Es ergibt sich jedoch ein anderes, nicht phasisches Muster, das unsymmetrisch zur x-Achse eine nahezu einseitige, dominante Unterschätzung des Erwartungswertes zeigt. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=1\%$  unter sonst gleichen Bedingungen sind die Abweichungen nur etwa halb so groß. Alle Werte (außer bei  $n=140$ ) sind einseitig unterschätzt. Ähnlich wie bei einer Standardabweichung von 1 zeigt sich bei einer Standardabweichung von 0,5 eine weitestgehend einseitige Unterschätzung der Erwartungswerte. Bei einer Standardabweichung von 0,25 sind sowohl deutliche Unterschätzung als auch Überschätzung der Erwartungswerte sichtbar. Ein beidseitig abweichender, möglicherweise phasischer Bereich wird hier von einem einseitig unterschätzenden abgelöst.

Bei dem t-verteilten Datensatz zeigen sich bei den Irrtumswahrscheinlichkeiten  $\alpha=10\%$  und  $\alpha=5\%$  für sehr kleine (bis etwa  $n=26$ ) und sehr große (ab etwa  $n=200$ ) Stichprobenumfänge größere Abweichungen vom Erwartungsbereich als bei Stichprobenumfängen zwischen diesen Werten. Bei  $\alpha=10\%$  werden die Werte bei kleinen Stichprobenumfängen jedoch im Mittel überschätzt, während sie bei  $\alpha=5\%$  im Mittel sehr deutlich unterschätzt werden. Anders sieht das Bild bei  $\alpha=1\%$  unter sonst gleichen Bedingungen aus: hier dominieren unterschätzte Werte, erst ab  $n=120$  werden die Werte wiederum einseitig überschätzt.

Bei dem  $\chi^2$ -verteilten Datensatz zeigt sich wiederum ein recht ausgeglichenes Bild mit etwas größeren Abweichungen vom Erwartungswert nur für den kleinsten ( $n=12$ ) und den größten ( $n=800$ ) getesteten Stichprobenumfang. Insgesamt geringere Abweichungen vom Erwartungswert zeigen sich bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=5\%$  gegenüber  $\alpha=10\%$  unter sonst unveränderten Bedingungen. Die Abweichungen sind beidseitig mit geringfügig dominanter Unterschätzung der Erwartungswerte. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=1\%$  unter sonst gleichen Bedingungen zeigt sich auch bei den  $\chi^2$ -verteilten Daten wiederum eine deutlich dominante Unterschätzung der Werte.

Der Test nach Wilcoxon, Mann und Whitney zeigt bei normalverteilten Daten  $N(100, 1)$  und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=10\%$  bis zu einem Stichprobenumfang von etwa  $n=50$  einen beidseitigen, unregelmäßigen Verlauf mit dominierender, wenn auch geringfügiger Überschätzung der Werte. Bei  $n>50$  werden die Erwartungswerte dann einseitig überschätzt. Die größten Abweichungen vom Erwartungswert zeigen sich erstaunlicherweise bei den sehr großen ( $n=400, 800$ ) Stichprobenumfängen. Bei  $\alpha=5\%$  unter sonst gleichen Bedingungen zeigt der Test erwartungstreue Werte, einzige Ausnahme ist der Stichprobenumfang  $n=12$ . Bei  $\alpha=1\%$  sind die Abweichungen vom Erwartungswert absolut etwa genauso groß wie bei  $\alpha=5\%$ , also relativ zum Erwartungswert deutlich höher. Die größte Abweichung liegt wiederum bei  $n=12$  vor. Auffällig ist die beinahe konsequente einseitige Abweichung: die Werte werden bei fast allen Stichprobenumfängen unterschätzt.

Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=5\%$  und variierender Streuung ( $\sigma=0,5$  und  $\sigma=0,25$ ) der Normalverteilung ergeben sich sehr ähnliche Muster.

Bei den t-verteilten Zahlen und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=10\%$  zeigt der Test bis zu einem Stichprobenumfang von  $n=34$  beidseitig verschätzte Werte. Bei größeren Stichprobenumfängen (bis  $n=800$ ) werden die Werte nahezu alle überschätzt, die Abweichungen sind besonders groß ab  $n=120$ . Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=5\%$ , zeigt sich ein ähnliches Bild. Bei  $\alpha=1\%$  zeigt sich wie bereits beim normalverteilten Datensatz und  $\alpha=1\%$  eine deutliche einseitige Unterschätzung der Werte. Der Stichprobenumfang  $n=12$  zeigt wieder die größte Abweichung mit einer Unterschätzung des Erwartungswertes. Hingegen führen die Stichprobenumfänge  $n=120$  und  $n=160$  bis  $800$  zu überschätzten Werten. Die größte Abweichung zeigt sich bei  $n=800$  mit einem Wert, der etwa 50% über dem Erwartungswert liegt.

Bei dem  $\chi^2$ -verteilten Datensatz und  $\alpha=10\%$  zeigt sich ein sehr unregelmäßiges Muster beidseitig verschätzter Werte mit einer durchschnittlichen Verschätzung von nur etwa  $\pm 2\%$ . Eine Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=5\%$  führt bis  $n=38$  zu einem unregelmäßigen Bild, beidseitig verschätzter Werte. Ab  $n=40$  zeigt sich eine Phase, in der Werte überwiegend unterschätzt werden. Bei  $\alpha=1\%$  werden die Erwartungswerte für alle getesteten Stichprobenumfänge unterschätzt.

Der Trendtest nach Wallis und Moore zeigt für alle getesteten Verteilungsformen, Irrtumswahrscheinlichkeiten und Streuungen das gleiche Muster: Für kleine (bis  $n=30$ ) Stichprobenumfänge zeigen sich relativ große unterschätzende Abweichungen vom Erwartungswert. Ab  $n=32$  zeigt sich eine phasenartiges (stufenförmiges) beidseitiges Verschätzen der Werte, welches mit zunehmendem Stichprobenumfang im Ausmaß etwas geringer wird.

Der Trendtest über die Signifikanz des Rangregressionskoeffizienten zeigt sich für normalverteilte Daten  $N(100, 1)$  und  $\alpha=10\%$  insgesamt sehr erwartungstreu, es dominieren (leicht) überschätzende Ergebnisse. Bei  $\alpha=5\%$  zeigt der Test insbesondere für kleinere (bis  $n=22$ ) Stichprobenumfänge, größere Abweichungen von den Erwartungswerten als bei  $\alpha=10\%$ . Es überwiegen hier insgesamt deutlich die unterschätzenden Werte. Bei  $\alpha=1\%$  zeigen sich unerwartet noch größere absolute Abweichungen von den Erwartungswerten. Die Abweichungen führen hier fast ausnahmslos zu unterschätzten Werten, wobei das Ausmaß der

Abweichungen mit steigendem Stichprobenumfang abnimmt. Bei variierender Streuung ( $\sigma=0,5$  und  $\sigma=0,25$ ) bei der Normalverteilung zeigt sich eine noch deutlichere Dominanz der unterschätzten Werten bei allen getesteten Stichprobenumfängen.

Die Anwendung des Tests an t-verteilten und  $\chi^2$ -verteilten Daten stellt eine Anwendungsverletzung dar. Deshalb ist es besonders interessant zu sehen, wie sich der Test unter diesen Bedingungen verhält. Bei den t-verteilten Daten und  $\alpha=10\%$  sind die Abweichungen von den Erwartungswerten beidseitig symmetrisch und unregelmäßig. Die Differenzen zu den Erwartungswerten sind insgesamt nicht größer als bei den normalverteilten Daten. Auffällig ist ein wellenartiger Verlauf der Differenzenbalken. Bei  $\alpha=5\%$  und  $1\%$ , zeigt sich ein ganz anderes Bild: Die mittleren Abweichungen vom Erwartungswert werden bei diesen Irrtumswahrscheinlichkeiten mit steigendem Stichprobenumfang kleiner. Die Werte werden fast ausschließlich unterschätzt.

Bei den  $\chi^2$ -verteilten Daten und  $\alpha=10\%$  zeigen die ermittelten Werte geringfügige, beidseitige und unregelmäßige Differenzen zum Erwartungswert. Ab  $n=120$  dominieren die unterschätzten Werte deutlich. Die größten absoluten Differenzen zeigen sich bei  $n=600$  und  $n=800$ , die mit maximal  $6\%$  Abweichung vom Erwartungswert immer noch relativ gering ausfallen. Bei  $\alpha=5\%$  und  $1\%$  werden die Werte fast ausnahmslos unterschätzt gegenüber dem Erwartungswert. Bei  $\alpha=5\%$  sind sie unregelmäßig aber etwa gleich bleibend, während die Abweichungen vom Erwartungswert bei  $\alpha=1\%$  mit steigenden Stichprobenumfängen abnehmen.

Wie bereits oben erläutert, liegt eine Anwendungsverletzung vor, wenn ein parametrischer Test, wie der Test nach von Neumann, an nicht normalverteilten Daten angewandt wird. Der Trendtest nach von Neumann zeigt bei normalverteilten Daten und  $\alpha=10\%$  eine deutliche Tendenz zu unregelmäßig unterschätzten Werten. Die durchschnittliche Unterschätzung beträgt etwa  $5\%$  des Erwartungswertes.

Bei  $\alpha=5\%$  dominieren für einen Stichprobenumfang bis  $n=80$  unregelmäßige, geringfügig überschätzte Werte. Die durchschnittliche Abweichung vom Erwartungswert beträgt etwa  $1-2\%$ . Die größeren Stichprobenumfänge ( $n=90$  bis  $n=140$ ) zeigen eine hohe Unterschätzungen der Werte. Bei  $\alpha=1\%$  zeigt sich eine ungeordnete, beidseitige Abweichung vom Erwartungswert mit dominierenden überschätzten Werten. Bei variierender Streuung ( $\sigma=0,5$  und  $\sigma=0,25$ ) und  $\alpha=5\%$  zeigt sich ebenfalls eine ungeordnete, beidseitige Verschätzung der Ergebnisse.

Bei den t-verteilten Daten und  $\alpha=10\%$  liegen ausschließlich unterschätzte Werte mit einer Abweichung von bis zu etwa  $8\%$  vom Erwartungswert vor.

Bei  $\alpha=5\%$  zeigt der Test ebenfalls durchgängig unterschätzte Werte. Die Abweichungen vom Erwartungswert sind hier absolut etwas geringer, aber in Relation zum Erwartungswert größer als bei  $\alpha=10\%$ . Auch bei  $\alpha=1\%$  zeigen sich fast ausnahmslos unterschätzte Werte. Die Abweichungen liegen mit etwa  $-40$  bei  $8\%$  des Erwartungswertes.

Bei den  $\chi^2$ -verteilten Daten ergibt sich ein ungeordnetes, beidseitig verschätztes Muster. Bei  $\alpha=10\%$  dominieren überschätzte Werte bis etwa  $n=90$ . Ab  $n=100$  werden alle Werte unregelmäßig unterschätzt. Bei  $\alpha=5\%$  werden alle Werte bis  $n=100$  überschätzt, ab  $n=120$  folgen ungeordnet abweichende Werte. Auch bei  $\alpha=1\%$  werden die Werte fast vollständig überschätzt. Die durchschnittliche Abweichung beträgt hier etwa  $10-15\%$  des Erwartungswertes.

nach [oben](#)

## Gütefunktionen bei normalverteilten Datensätzen - Tabellen

Die Gütefunktionen stellen vollständige Charakterisierungen der Trendtests für verschiedene Szenarien dar. Die Abbildungen der Gütefunktionen und die Tabellen der diesen Abbildungen zugrunde liegenden Daten lassen sich unter Berücksichtigung der verwendeten Skalen miteinander vergleichen. Die Übersicht der erhaltenen Ergebnisse wird jedoch erheblich verbessert, wenn statt der umfangreichen Tabellen mit zahlreichen Trendausprägungen vereinfachte zusammenfassende Tabellen dargestellt werden. Diese vereinfachten Tabellen geben die erforderliche Trendausprägung für definierte Anteile richtig erkannter Trends wieder. Die Daten wurden grafisch aus den entsprechenden Gütefunktionen für eine 20%ige, 50%ige, 80%ige und 90%ige Trenderkennung ermittelt. Eine 80%ige Trenderkennung heißt hier beispielsweise, dass in 80% (das entspricht einem Anteil von 0,8) aller 50.000 gezogenen Stichproben ein Trend erkannt wurde.

Nicht vorhandene Werte (mit n. b. gekennzeichnete Felder in den Tabellen) zeigen an, dass in diesem Fall die Gütefunktion den entsprechenden Anteil positiver Testergebnisse (y-Wert der Gütefunktion) bei den getesteten Trendausprägungen nicht erreicht, die Werte sind also nicht bestimmbar (Abk.: n.b.). Wird ein Anteil von 0,2 oder 0,5 nicht erreicht, kann der verwendete Trendtest für dieses Szenario als insuffizient (untauglich) angesehen werden. Eine 80%ige und 90%ige Trenderkennung entsprechen einem in der Regel noch akzeptablen  $\beta$ -Fehler (Wahrscheinlichkeit eines falsch-negativen Testergebnisses) von 0,2 beziehungsweise 0,1.

In einigen Tabellenfeldern sind zwei oder sogar drei Werte notiert. In diesen Fällen handelt es sich um nicht-monotone Gütefunktionen. Das heißt, der betreffende Wert für den Anteil erkannter Trends wird bei mehreren Trendausprägungen erreicht. Beispielsweise zeigt sich dies bei kleinen Trendausprägungen und einem Anteil erkannter Trends von 0,2.

Die Kennzeichnung n. b. in der Tabelle zeigt an, dass ein Wert hier nicht bestimmbar ist, da die entsprechende Gütefunktion beispielsweise keinen Schnittpunkt mit der Geraden  $y=0,2$  aufweist.

Lineare Trends

Lin-Trends novert sdv 1, n=16, alpha=0,01

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	2,73	4,39	6,52	7,96
	Mann	1,93	2,96	4,13	4,87
	Wilcoxon	2,47	4,00	6,18	7,77
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,07	3,06	4,21	4,87
		2,52	3,55	5,18	5,94
<b>2</b>	Cox-Stuart	2,55	3,99	5,82	6,94
	Mann	1,88	2,83	3,88	4,63
	Wilcoxon	2,27	3,57	5,30	6,51
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,02	2,95	3,95	4,63
		2,45	3,65	4,96	5,77
<b>4</b>	Cox-Stuart	2,58	3,97	5,64	6,65
	Mann	1,85	2,77	3,78	4,44
	Wilcoxon	2,31	3,61	5,24	6,26
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,00	2,88	3,83	4,44
		2,45	3,61	4,87	5,61
<b>8</b>	Cox-Stuart	2,57	3,91	5,58	6,49
	Mann	1,85	2,73	3,70	4,29
	Wilcoxon	2,32	3,64	5,21	6,14
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,97	2,83	3,74	4,29
		2,40	3,56	4,79	5,49

Lin-Trends novert sdv 1, n=16, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	1,30	2,53	4,01	4,92
	Mann	0,77	1,69	2,66	3,22
	Wilcoxon	0,84	1,93	3,19	3,92
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,73	1,60	2,47	2,95
		1,17	2,37	3,59	4,34
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,20	2,36	3,70	4,55
	Mann	0,77	1,63	2,52	3,04
	Wilcoxon	0,79	1,80	2,88	3,56
	Wallis-Moore	9,85	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,69	1,52	2,36	2,84
		1,11	2,29	3,47	4,17
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,21	2,36	3,59	4,40
	Mann	0,75	1,60	2,47	2,92
	Wilcoxon	0,81	1,80	2,86	3,45
	Wallis-Moore	9,86	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,72	1,50	2,31	2,75
		1,10	2,27	3,39	3,98
<b>8</b>	Cox-Stuart	1,21	2,36	3,56	4,31
	Mann	0,74	1,57	2,40	2,90
	Wilcoxon	0,81	1,78	2,85	3,45
	Wallis-Moore	9,56	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,66	1,48	2,27	2,71
		1,11	2,26	3,78	3,93

Tabelle 2a und 2b

Lin-Trends novert sdv 1, n=48, alpha=0,01

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	1,42	2,10	2,84	3,27
	Mann	0,93	1,41	1,88	2,15
	Wilcoxon	1,09	1,66	2,25	2,59
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,93	1,39	1,86	2,09
		1,48	2,40	3,10	3,45
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,37	2,04	2,76	3,18
	Mann	0,92	1,37	1,87	2,13
	Wilcoxon	1,07	1,63	2,19	2,53
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,92	1,37	1,83	2,08
		1,72	2,37	3,07	3,41
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,39	2,04	2,76	3,16
	Mann	0,93	1,37	1,84	2,11
	Wilcoxon	1,08	1,63	2,17	2,49
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,93	1,37	1,81	2,06
		1,71	2,37	3,03	3,38
<b>8</b>	Cox-Stuart	1,39	2,05	2,73	3,12
	Mann	0,92	1,37	1,84	2,09
	Wilcoxon	1,07	1,62	2,17	2,49
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,92	1,37	1,80	2,06
		1,71	2,37	3,02	3,38

Lin-Trends novert sdv 1, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	0,73	1,37	2,04	2,40
	Mann	0,41	0,87	1,33	1,58
	Wilcoxon	0,45	1,00	1,55	1,85
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,40	0,84	1,29	1,55
		0,87	1,65	2,34	2,71
<b>2</b>	Cox-Stuart	0,70	1,34	1,99	2,34
	Mann	0,40	0,85	1,30	1,56
	Wilcoxon	0,45	0,97	1,51	1,80
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,39	0,83	1,28	1,52
		0,86	1,63	2,31	2,67
<b>4</b>	Cox-Stuart	0,71	1,34	1,97	2,33
	Mann	0,39	0,86	1,29	1,54
	Wilcoxon	0,45	0,98	1,50	1,77
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,38	0,83	1,26	1,50
		0,85	1,63	2,29	2,62
<b>8</b>	Cox-Stuart	0,55	1,34	1,98	2,32
	Mann	0,40	0,85	1,30	1,54
	Wilcoxon	0,45	0,97	1,51	1,78
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,38	0,82	1,26	1,49
		0,68	1,63	2,29	2,62

Tabelle 3a und 3b

Lin-Trends chi2vert FG7, n=16, alpha=0,01

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b> 1	<b>Test</b>				
	Cox-Stuart	9,52	15,69	24,18	30,22
	Mann	6,53	10,16	14,43	17,05
	Wilcoxon	8,51	14,15	22,51	28,73
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
2	Cox-Stuart	8,82	14,48	21,86	26,75
	Mann	6,30	9,77	13,71	16,23
	Wilcoxon	7,79	12,73	19,42	24,05
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	7,20	10,60	14,58	17,23
4	Cox-Stuart	8,87	14,25	21,35	25,26
	Mann	6,20	9,52	13,25	15,28
	Wilcoxon	7,97	12,86	19,34	23,33
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	6,97	10,42	14,02	16,15
8	Cox-Stuart	8,80	14,15	20,83	24,87
	Mann	6,15	9,39	12,99	14,99
	Wilcoxon	8,10	12,86	19,08	23,28
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	7,00	10,29	13,76	15,82

Lin-Trends chi2vert FG7, n=16, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b> 1	<b>Test</b>				
	Cox-Stuart	4,35	8,77	14,32	17,98
	Mann	2,56	5,75	9,08	11,20
	Wilcoxon	2,86	7,29	11,15	13,91
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
2	Cox-Stuart	4,09	8,18	13,30	16,24
	Mann	2,46	5,58	8,70	10,77
	Wilcoxon	2,69	6,21	10,23	12,79
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,46	5,50	8,70	10,61
4	Cox-Stuart	4,12	8,16	12,92	15,60
	Mann	2,48	5,37	8,67	10,33
	Wilcoxon	2,69	6,19	10,10	12,25
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,48	5,37	8,67	10,13
8	Cox-Stuart	4,17	8,18	12,79	15,42
	Mann	2,43	5,37	8,31	9,97
	Wilcoxon	2,69	6,21	10,00	12,38
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,43	5,37	8,31	9,97

Tabelle 4a und 4b

Lin-Trends chi2vert FG7, n=48, alpha=0,01

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b> 1	<b>Test</b>				
	Cox-Stuart	4,80	7,15	9,82	11,45
	Mann	3,11	4,73	6,45	7,37
	Wilcoxon	3,70	5,67	7,82	9,11
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
2	Cox-Stuart	4,66	8,71	11,36	12,55
	Mann	3,10	4,66	6,36	7,24
	Wilcoxon	3,58	5,57	7,64	8,79
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,36	5,06	6,79	7,72
4	Cox-Stuart	4,33	7,00	9,48	10,89
	Mann	3,09	4,60	6,26	7,13
	Wilcoxon	3,61	5,57	7,60	8,72
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,35	5,01	6,71	7,67
8	Cox-Stuart	4,68	7,00	9,53	10,91
	Mann	3,09	4,62	6,24	7,09
	Wilcoxon	3,64	5,56	7,60	8,71
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,35	5,01	6,68	7,61

Lin-Trends chi2vert FG7, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b> 1	<b>Test</b>				
	Cox-Stuart	2,07	4,64	7,03	8,32
	Mann	1,30	2,91	4,50	5,39
	Wilcoxon	1,56	3,44	5,31	6,41
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
2	Cox-Stuart	2,39	4,56	6,88	8,12
	Mann	1,30	2,86	4,46	5,32
	Wilcoxon	1,50	3,34	5,20	6,28
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,41	3,08	4,77	5,66
4	Cox-Stuart	2,37	4,57	6,81	8,02
	Mann	1,34	2,86	4,43	5,28
	Wilcoxon	1,54	3,34	5,18	6,17
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,43	3,07	4,71	5,59
8	Cox-Stuart	2,36	4,57	6,79	7,99
	Mann	1,32	2,86	4,42	5,24
	Wilcoxon	1,51	3,34	5,16	6,21
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,38	3,06	4,71	5,58

Tabelle 5a und 5b

Lin-Trends tvert FG4, n=16, alpha=0,01

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	3,43	5,73	9,17	11,73
	Mann	2,37	3,69	5,32	6,35
	Wilcoxon	3,07	5,23	8,47	11,04
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,69	4,03	5,76	7,63
		3,26	4,96	7,12	8,56
<b>2</b>	Cox-Stuart	3,17	5,25	8,20	10,56
	Mann	2,30	3,52	5,01	5,97
	Wilcoxon	2,83	4,65	7,41	9,26
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,59	3,88	5,50	6,60
		3,17	4,83	6,93	8,25
<b>4</b>	Cox-Stuart	3,18	5,14	7,92	9,95
	Mann	2,23	3,43	4,84	5,73
	Wilcoxon	2,88	4,71	7,22	9,00
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,47	3,77	5,32	6,35
		3,13	4,74	6,69	7,91
<b>8</b>	Cox-Stuart	3,19	5,14	7,80	9,84
	Mann	2,21	3,39	4,78	5,57
	Wilcoxon	2,92	4,72	7,17	8,83
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	2,56	3,74	5,21	6,11
		3,14	4,72	6,60	7,82

Lin-Trends tvert FG4, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	0,95	1,73	2,54	3,02
	Mann	0,52	1,07	1,64	1,94
	Wilcoxon	0,60	1,26	1,94	2,33
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,56	1,18	1,83	2,20
		1,22	2,27	3,28	3,84
<b>2</b>	Cox-Stuart	0,93	1,69	2,49	2,93
	Mann	0,53	1,07	1,64	1,93
	Wilcoxon	0,59	1,25	1,92	2,26
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,56	1,18	1,82	2,18
		1,22	2,26	3,26	3,83
<b>4</b>	Cox-Stuart	0,92	1,68	2,48	2,90
	Mann	0,52	1,07	1,62	1,91
	Wilcoxon	0,60	1,25	1,90	2,26
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,56	1,18	1,80	2,15
		1,23	2,25	3,25	3,78
<b>8</b>	Cox-Stuart	0,92	1,67	2,47	2,89
	Mann	0,52	1,06	1,61	1,90
	Wilcoxon	0,61	1,25	1,90	2,25
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,56	1,16	1,80	2,15
		1,20	2,25	3,22	3,78

Tabelle 6a und 6b

Sinustrends / periodische Trends

Sin-Trends ST1-x novert sdv1, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	1,93	1,59	1,23	1,10
	Mann	3,96	1,93	1,34	1,20
	Wilcoxon	1,93*	1,59	1,23	1,10
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,96	1,93	1,31	1,10
		14,98	7,26	2,48	1,59
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,90	1,58	1,20	1,12
	Mann	3,94	1,92	1,32	1,18
	Wilcoxon	1,9*	1,58	1,20	1,12
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,94	1,92	1,34	1,12
		14,58	7,15	2,53	1,61
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,84	1,52	1,20	1,13
	Mann	3,81	1,93	1,35	1,20
	Wilcoxon	1,84*	1,52	1,20	1,13
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,81	1,93	1,34	1,15
		14,02	7,05	2,55	1,63
<b>8</b>	Cox-Stuart	1,82	1,52	1,22	1,11
	Mann	3,51	1,93	1,39	1,16
	Wilcoxon	1,82*	1,52	1,22	1,11
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,51	1,93	1,37	1,13
		12,46	6,96	2,68	1,63

Sin-Trends STx-3 novert sdv1, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,70	3,91	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,85	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,92	3,37	5,25	6,51
	Regression von Neumann	0,68	3,19	n. b.	n. b.
		0,41	0,73	1,06	1,18
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,20	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,68	3,00	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,57	1,67	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,92	3,34	5,19	6,47
	Regression von Neumann	0,68	2,83	n. b.	n. b.
		0,40	0,73	1,03	1,20
<b>4</b>	Cox-Stuart	0,94	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,72	3,29	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,57	1,65	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,88	3,29	5,03	6,29
	Regression von Neumann	0,68	2,92	n. b.	n. b.
		0,39	0,74	1,03	1,18
<b>8</b>	Cox-Stuart	1,68	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,80	3,62	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,60	1,71	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,87	3,18	4,85	5,92
	Regression von Neumann	0,73	3,18	n. b.	n. b.
		0,39	0,73	1,03	1,18

Tabelle 7a und 7b

Die Tabelle Sin-Trends ST1-x novert sdv1, n=48, alpha=0,1 weist eine Besonderheit auf.

Der Anteil erkannter Trends steigt hier nicht mit der Trendausprägung an, sondern nähert sich einem Minimalwert an. Die Trendausprägung entspricht hier der Frequenz der periodischen Schwingungen, eine Trenderkennung wird mit steigender Frequenz immer schwieriger. Das heißt. Die genannten Zahlenwerte geben nicht die notwendigen, sondern die maximale Trendausprägung an, bei der der genannte Anteil richtig erkannter Tests gerade noch erreicht werden kann. Die Gütefunktion des Wilcoxontests (mit \* markierte Werte) weist eine weitere Besonderheit auf: sie verläuft nicht monoton fallend, sondern zeigt insgesamt drei Schnittpunkte mit der Geraden  $y=0,2$ . Die Schnittpunkte mit der Geraden  $y=0,2$  werden hier noch einmal gemeinsam aufgeführt.

Sin-Trends ST1-x novert sdv1, n=48,  $\alpha=0,1$

Test nach Wilcoxon-Mann-Whitney:

m=1	1,93	2,61	3,34
m=2	1,90	2,42	3,62
m=4	1,84	2,53	3,57
m=8	1,82	2,57	3,42

Sin-Trends STx-8 novert sdv1, n=48,  $\alpha=0,1$

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,20	2,25	3,80	4,92
	Regression	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	von Neumann	0,52	1,07	1,62	1,93
8	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,07	1,93	3,26	4,20
	Regression	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	von Neumann	0,60	1,16	1,73	2,09

Sin-Trends STx-8 tvert FG4, n=48,  $\alpha=0,1$

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,48	2,79	4,77	6,32
	Regression	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	von Neumann	0,78	1,51	2,30	2,78
8	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,32	2,41	4,08	5,42
	Regression	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	von Neumann	0,83	1,60	2,41	2,91

Tabelle 8a und 8b

Sin-Trends ST1-x tvert FG4, n=48, alpha=0,1

Sin-Trends STx-3 tvert FG4, n=48, alpha=0,1

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	3,98	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	3,51	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,73	n. b.	n. b.	n. b.
2	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	4,15	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	4,79	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	10,61	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,74	n. b.	n. b.	n. b.
4	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	3,97	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	4,74	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,65	n. b.	n. b.	n. b.
8	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	3,75	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	5,13	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	3,44	n. b.	n. b.	n. b.

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,78	4,69	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,83	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,23	4,07	6,51	8,17
	Regression von Neumann	0,83	3,93	n. b.	n. b.
2	Cox-Stuart	1,38	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,73	3,99	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,60	2,00	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,25	4,02	6,41	8,00
	Regression von Neumann	0,82	3,60	n. b.	n. b.
4	Cox-Stuart	1,32	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,77	4,16	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,60	1,98	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,23	3,95	6,26	7,80
	Regression von Neumann	0,82	3,66	n. b.	n. b.
8	Cox-Stuart	1,92	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,83	4,66	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,64	2,06	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,16	3,87	5,98	7,42
	Regression von Neumann	0,92	3,92	n. b.	n. b.

Tabelle 9a und 9b

Hinweis: Auch bei der Tab. 9a (Sin-Trends ST1-x tvert FG4, n=48,  $\alpha=0,1$ ) sinkt die Trenderkennung wieder mit steigender Trendausprägung, das heißt steigender Frequenz. Die hier genannten Werte stellen somit keine Mindestausprägungen, sondern Maximalausprägungen dar. Das heißt, dass beispielsweise der Test nach Mann bei der Blockzahl m=1 im Datensatz ST1-4 tvert FG4 (n=48,  $\alpha=0,1$ ) mit der Teststärke  $1-\beta=0,2$  gerade keinen Trend mehr erkennt, während er unter denselben Bedingungen im Datensatz ST1-3 tvert FG4 den Trend erkannt hätte. Die Grenze für die maximale Frequenz x, die in diesen Datensätzen variiert wird (Sin Trends ST1-x tvert FG4) und gerade noch zur Trenderkennung führt, ist  $x=3,98$  also  $x=4$ , da nur ganzzahlige Frequenzen getestet wurden.

Sin-Trends STx-3 chi2vert FG7, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	23,62	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	2,31	13,88	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	2,58	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	6,43	11,48	18,25	23,07
	Regression von Neumann	2,56	11,84	n. b.	n. b.
		1,41	2,62	3,84	4,47
<b>2</b>	Cox-Stuart	3,83	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	2,18	11,06	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	1,86	5,87	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	6,43	11,51	17,93	22,83
	Regression von Neumann	2,50	10,80	n. b.	n. b.
		1,34	2,65	3,80	4,44
<b>4</b>	Cox-Stuart	3,84	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	2,31	11,15	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	1,82	5,83	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	6,40	11,31	17,63	22,33
	Regression von Neumann	2,57	10,94		
		1,35	2,61	3,80	4,47
<b>8</b>	Cox-Stuart	5,65	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	2,57	12,48	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	2,02	5,97	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	6,22	10,92	16,93	20,93
	Regression von Neumann	2,83	11,80	n. b.	n. b.
		1,39	2,59	3,76	4,39

Sin-Trends STx-8 chi2vert FG7, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	4,31	7,90	13,41	17,76
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		2,06	4,02	5,97	7,27
<b>2</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	4,21	7,71	13,19	17,44
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		2,06	4,07	6,14	7,36
<b>4</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	4,10	7,48	12,72	16,86
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		2,07	4,11	6,22	7,51
<b>8</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	3,77	6,90	11,60	14,95
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		2,15	4,29	6,46	7,73

Tabelle 10a und 10b

### Kombinierte Trends

Lin-Sin-Trends LT1-STx-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	0,39	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[0,81 - 2,91]	0,21	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,81 - 2,66]	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,90	3,36	5,24	6,59
	Regression von Neumann	[0,85 - 3,01]	0,25	n. b.	n. b.
		n. b.	0,72	1,07	1,29
<b>2</b>	Cox-Stuart	[0,30 - 3,30]	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[0,80 - 2,88]	0,21	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,60 - 1,92]	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,92	3,35	5,16	6,46
	Regression von Neumann	[0,85 - 2,92]	0,25	n. b.	n. b.
		n. b.	0,72	1,08	1,28
<b>4</b>	Cox-Stuart	[0,29 - 2,77]	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[0,81 - 3,07]	0,21	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,60 - 1,92]	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,88	3,31	5,05	6,28
	Regression von Neumann	[0,85 - 3,15]	0,25	n. b.	n. b.
		n. b.	0,72	1,07	1,27
<b>8</b>	Cox-Stuart	[0,29 - 6,56]	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[0,77 - 4,14]	0,21	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,55 - 2,18]	7,42	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,85	3,19	4,87	5,93
	Regression von Neumann	[0,81 - 4,05]	0,25	n. b.	n. b.
		n. b.	0,70	1,07	1,24

Lin-Sin-Trends LTx-ST02-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	0,85	1,51	2,22	2,58
	Mann	0,53	1,00	1,49	1,74
	Wilcoxon	0,59	1,13	1,70	1,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,53	0,99	1,46	1,69
		0,88	1,71	2,43	2,82
<b>2</b>	Cox-Stuart	0,88	1,54	2,23	2,57
	Mann	0,53	0,99	1,47	1,72
	Wilcoxon	0,62	1,16	1,72	1,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,53	0,98	1,45	1,67
		0,86	1,71	2,40	2,79
<b>4</b>	Cox-Stuart	0,89	1,53	2,22	2,55
	Mann	0,52	0,98	1,47	1,72
	Wilcoxon	0,62	1,16	1,72	1,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,52	0,97	1,45	1,65
		0,87	1,71	2,41	2,77
<b>8</b>	Cox-Stuart	0,90	1,53	2,22	2,54
	Mann	0,53	0,99	1,46	1,70
	Wilcoxon	0,63	1,16	1,71	1,98
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,53	0,96	1,43	1,64
		0,87	1,71	2,41	2,77

Tabelle 11a und 11b

Hinweis: Bei der Tab. 11a (Lin-Sin-Trends LT1-STx-3 novert sdv1, n=48,  $\alpha=0,1$ ) sinkt die Trenderkennung zunächst, um dann mit steigender Trendausprägung wieder anzusteigen. Die

hier für etliche Tests gezeigten Werte in eckigen Klammern kennzeichnen die Intervalle, innerhalb derer der jeweilige Anteil richtiger Trenderkennung nicht erreicht wird. In diesem Bereich liegt also jeweils das Minimum der Trenderkennung. Das heißt, sowohl bei geringerer als auch bei größerer Trendausprägung wird der beschriebene Mindestanteil richtig erkannter Trends erreicht oder überschritten. Dieser Hinweis mit den Intervallen in eckigen Klammern gilt auch für die folgenden Tabellen.

Lin-Sin-Trends LTx-ST06-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	1,20	1,92	2,68	3,06
	Mann	0,83	1,33	1,84	2,10
	Wilcoxon	0,85	1,45	2,09	2,41
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,80	1,30	1,79	2,01
	von Neumann	n. b.	1,40	2,35	2,78
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,35	2,06	2,80	3,19
	Mann	[0,02 - 0,82]	1,33	1,83	2,06
	Wilcoxon	1,02	1,58	2,20	2,48
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,80	1,29	1,79	2,00
	von Neumann	n. b.	1,40	2,34	2,76
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,38	2,08	2,80	3,19
	Mann	[0,02 - 0,82]	1,32	1,81	2,04
	Wilcoxon	1,01	1,58	2,19	2,47
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,82	1,29	1,77	2,00
	von Neumann	n. b.	1,40	2,33	2,76
<b>8</b>	Cox-Stuart	1,40	2,09	2,80	3,17
	Mann	0,84	1,31	1,80	2,02
	Wilcoxon	1,03	1,58	2,16	2,44
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,82	1,28	1,76	1,98
	von Neumann	n. b.	1,37	2,31	2,73

Lin-Sin-Trends LTx-ST16-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	2,25	3,94	4,65	5,19
	Mann	[0,47 - 1,72]	2,59	3,01	3,37
	Wilcoxon	[0,47 - 1,63]	2,79	3,41	3,87
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	[0,43 - 1,64]	2,45	2,89	3,23
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>2</b>	Cox-Stuart	[0,21 - 3,07]	4,04	5,00	5,28
	Mann	[0,47 - 1,73]	2,40	3,00	3,35
	Wilcoxon	[0,77 - 2,11]	2,92	3,78	4,22
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	[0,43 - 1,63]	2,28	2,88	3,21
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>4</b>	Cox-Stuart	[0,27 - 3,22]	4,47	5,11	5,58
	Mann	[0,43 - 1,74]	2,57	3,40	3,35
	Wilcoxon	[0,77 - 2,11]	3,17	3,73	4,14
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	[0,39 - 1,64]	2,43	2,87	3,19
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>8</b>	Cox-Stuart	3,44	4,30	5,16	5,58
	Mann	[0,34 - 1,81]	2,41	2,93	3,26
	Wilcoxon	[0,60 - 2,27]	2,93	3,59	3,93
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	[0,31 - 1,70]	2,25	2,81	3,07
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.

Tabelle 12a und 12b

Lin-Sin-Trends LTx-ST16-3 novert sdv1, n=16  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	2,80	4,68	6,66	7,82
	Mann	2,40	3,64	4,90	5,67
	Wilcoxon	1,98	3,56	5,35	6,49
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,22	3,38	4,59	5,16
	von Neumann	n. b.	2,82	4,65	5,48
<b>2</b>	Cox-Stuart	3,56	5,24	7,01	7,94
	Mann	2,36	3,59	4,77	5,41
	Wilcoxon	[0,26 - 2,62]	4,20	6,01	7,16
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,23	3,35	4,44	4,97
	von Neumann	n. b.	2,93	4,65	5,43
<b>4</b>	Cox-Stuart	3,78	5,40	7,08	7,93
	Mann	2,33	3,52	4,65	5,24
	Wilcoxon	[0,26 - 2,70]	4,23	5,84	6,74
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,19	3,30	4,33	4,88
	von Neumann	n. b.	3,05	4,65	5,37
<b>8</b>	Cox-Stuart	4,30	5,79	7,35	8,17
	Mann	2,50	3,52	4,51	5,07
	Wilcoxon	3,05	4,26	5,52	6,19
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,34	3,29	4,20	4,74
	von Neumann	n. b.	2,96	4,39	5,12

Lin-Sin-Trends LTx-ST16-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	3,57	4,67	5,76	6,31
	Mann	2,55	3,19	3,86	4,19
	Wilcoxon	2,58	3,48	4,45	4,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,45	3,09	3,72	3,99
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	[0,51 - 1,68]
<b>2</b>	Cox-Stuart	4,09	5,09	6,10	6,61
	Mann	2,53	3,18	3,82	4,16
	Wilcoxon	3,06	3,91	4,85	5,38
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,45	3,08	3,69	3,98
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	[0,52 - 1,73]
<b>4</b>	Cox-Stuart	4,26	5,22	6,18	6,69
	Mann	2,54	3,15	3,79	4,12
	Wilcoxon	3,09	3,92	4,79	5,24
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,41	3,04	3,66	3,95
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	[0,60 - 1,55]
<b>8</b>	Cox-Stuart	4,51	5,37	6,25	6,75
	Mann	2,59	3,17	3,74	3,99
	Wilcoxon	3,24	3,92	4,62	4,96
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	2,50	3,05	3,61	3,90
	von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.

Tabelle 13a und 13b

Lin-Sin-Trends LTx-ST16-3 novert sdv1, n=16  
alpha=0,01

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	4,91	7,10	9,65	11,31
	Mann	4,16	5,61	7,31	8,39
	Wilcoxon	4,17	6,35	9,68	12,88
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	4,27	5,59	6,97	7,86
	von Neumann	3,45	5,16	6,84	7,79
<b>2</b>	Cox-Stuart	5,44	7,41	9,58	10,84
	Mann	4,15	5,47	6,96	7,91
	Wilcoxon	4,98	7,28	10,74	14,32
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	4,22	5,46	10,64	7,55
	von Neumann	3,52	5,16	10,65	7,67
<b>4</b>	Cox-Stuart	5,65	7,56	9,57	10,36
	Mann	4,04	5,35	6,70	7,54
	Wilcoxon	5,19	7,47	10,52	12,90
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	4,17	5,35	6,53	7,26
	von Neumann	3,63	5,18	6,70	7,54
<b>8</b>	Cox-Stuart	6,16	7,88	9,80	10,92
	Mann	4,15	5,32	6,54	7,27
	Wilcoxon	5,75	7,59	9,68	10,78
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	4,27	5,33	6,45	7,00
	von Neumann	3,80	5,13	6,50	7,27

Tabelle 14a und 14b

nach [oben](#)

## Vergleichbarkeit der Ergebnisse bei unterschiedlichen Verteilungsformen mittels Median-Deviation (MAD, $\tilde{D}$ )

Da nicht die absolute Trendausprägung für die Trenderkennung relevant ist, sondern vielmehr der Quotient aus Trendausprägung und Streuung des zugrunde liegenden Datensatzes, wurden die Werte der Trendausprägung zusätzlich um diese Streuung korrigiert. So lassen sich auch die Ergebnisse miteinander vergleichen, die aus Datensätzen unterschiedlicher Verteilungsformen erhalten wurden. Dies ist insofern interessant als dadurch der Einfluss der Verteilungsform des zugrunde liegenden Datensatzes auf die Testergebnisse beurteilt werden kann. Welche Konsequenzen hat es tatsächlich, wenn ein parametrischer Test, der an die Normalverteilung der Ausgangsdaten gebunden ist, an nicht normalverteilten Daten angewandt wird? Kann das Ergebnis dennoch ausgewertet werden oder ist die Zuverlässigkeit des Ergebnisses so gering, dass es verworfen werden muss? Wie ist es bei nicht parametrischen Verfahren? Hat die Verteilungsform des zugrunde liegenden Datensatzes tatsächlich keinen Einfluss auf das Testergebnis? Oder lässt sich das Testergebnis hier vielleicht nur in geringerem Umfang von der Verteilungsform beeinflussen? Die Antworten auf diese Fragen sind in der Praxis deshalb von besonderer Relevanz, weil davon letztlich die Auswahl eines geeigneten Tests abhängt. Diese Auswahl eines geeigneten Tests ist nach wie vor das wichtigste Kriterium für eine zufriedenstellende Statistik.

Der meist verwendete Streuparameter in der deskriptiven Statistik ist zweifelsohne die Standardabweichung, beziehungsweise die Varianz als deren Quadrat. Da die Berechnung dieses Parameters jedoch eine Normalverteilung der Daten voraussetzt, die bei den t-verteilten und den  $\chi^2$ -verteilten Datensätzen natürlich nicht gegeben ist, ist es sinnvoll, hier auf einen verteilungsfreien Streuparameter auszuweichen.

Die Median-Deviation (Median Absolute Deviation, MAD oder  $\tilde{D}$ ) stellt so einen verteilungsfreien, robusten Streuparameter dar [1]. Sie wird berechnet nach:

$$\text{Gl. 1} \quad \tilde{D} = \text{Medianwert} \{ |x_i - \tilde{x}| \} = \text{Medianwert} \{ f_j |x_j - \tilde{x}| \}$$

Zunächst wird für den Datensatz der Median ermittelt. Dann wird die absolute Differenz jedes Einzelwertes zum Median berechnet. Aus diesen Differenzenbeträgen wird wiederum der Median ermittelt. Er stellt dann den MAD (Medianwert der Differenzen zum Median) dar. [2] [3].

Ein weiterer verteilungsunabhängiger Streuparameter ist der Quartilsabstand (IQR, engl. interquartile range) [4]. Der Quartilsabstand berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$\text{Gl. 2} \quad IQR = \tilde{x}_{0,75} - \tilde{x}_{0,25}$$

wobei  $\tilde{x}_{0,25}$  das untere Quartil des Datensatzes darstellt und  $\tilde{x}_{0,75}$  das obere Quartil.

Quartile vierteilen den Datensatz. Sie stellen die Medianwerte der oberen und unteren Hälfte des durch den Median geteilten Datensatzes dar. Die Quartile sind damit Spezialfälle der Quantile. Bezogen auf den ganzen Datensatz gilt also für die Quartile: (mindestens) 0,25 (25%, also ein Viertel) aller Werte des Datensatzes sind kleiner als der Wert des unteren

Quartils  $\tilde{x}_{0,25}$  oder gleich groß und mindestens 0,75 (1-0,25) sind größer als dieser Wert oder gleich groß. Entsprechend: (mindestens) 0,75 (75%, also drei Viertel) aller Werte des

Datensatzes sind kleiner als der Wert des oberen Quartils  $\tilde{x}_{0,75}$  oder gleich groß und mindestens 0,25 (1-0,75) sind größer als dieser Wert oder gleich groß.

Bei symmetrischen Verteilungen ist 0,5 IQR (=IQR/2) asymptotisch äquivalent zum MAD. Das heißt, bei großen Datensätzen, wie bei den hier vorliegenden (N=20.000), entspricht 0,5 IQR näherungsweise dem Wert der Median-Deviation. Anhand der folgenden Tabelle 12 kann man das sehr gut erkennen.

Verteilungsform	MAD (Median-Deviation)	IQR (Quartilsabstand)	0,5 IQR (IQR/2)
normalverteilt N (100,1)	0,664	1,328	0,664
t-verteilt 4 Freiheitsgrade	0,741	1,482	0,741
chi <sup>2</sup> -verteilt 7 Freiheitsgrade	<b>2,311</b>	4,741	<b>2,370</b>

Tabelle 15 MAD, IQR und 0,5 IQR der verschiedenen, trendfreien Datensätze unterschiedlicher Verteilungsformen im Vergleich

Die Tabelle 15 zeigt die große Übereinstimmung der MAD mit 0,5 IQR für die symmetrischen Datensätze (normalverteilt und t-verteilt). Lediglich bei dem unsymmetrischen chi<sup>2</sup>-verteilten Datensatz (fett gedruckte Werte) zeigt sich eine, wenn auch relativ geringe, Abweichung beider Parameter voneinander.

Teilt man die vertikale Trendausprägung, also die Steigung der Regressionsgeraden bei linearen Trends beziehungsweise die Amplitude der applizierten Sinusfunktion bei periodischen Trends (Sinustrends) durch den Streuparameter des zugrunde liegenden trendfreien Datensatzes, so erhält man eine Art Normierung, die den Vergleich unterschiedlicher Verteilungsformen bzw. deren Einfluss auf die Ergebnisse der Trendtests ermöglicht. Da die Wahl des Streuparameters nach Tabelle 15 nur für den chi<sup>2</sup>-verteilten Datensatz zu anderen Ergebnissen führt, habe ich mich entschieden, die MAD als Streuparameter zu verwenden, da der MAD kleiner ist und dadurch die Differenzen der drei Werte zueinander geringer sind. Diese Entscheidung bleibt damit letztlich eine willkürliche. Die Relevanz dieser Entscheidung halte ich für gering, da sich auch beim chi<sup>2</sup>-verteilten Datensatz MAD und 0,5 IQR nicht gravierend unterscheiden.

Dieses Verfahren ist bei der Variation der horizontalen Trendausprägung, also bei der Variation der Frequenz der applizierten Sinusfunktion, natürlich nicht sinnvoll anwendbar.

Die den Simulationen zugrunde liegenden Datensätze bestehen aus 20.000 Einzelwerten mit einem Soll-Mittelwert von 100. Als Streuparameter wurde bei dem normalverteilten Datensatz eine Soll-Standardabweichung von 1 vorgegeben. Der t-verteilt und der chi<sup>2</sup>-verteilte Datensatz wurden mit 4 Freiheitsgraden (t-verteilt) beziehungsweise 7 Freiheitsgraden (chi<sup>2</sup>-verteilt) generiert.

Folgende Tabellen geben eine Übersicht über die jeweiligen Lage- und Streuparameter der generierten Datensätze, denen alle zur Simulation verwandten (trendbehafteten) Datensätze zugrunde liegen.

Verteilungsform	Mittelwert	Median
normalverteilt N (100,1)	99,989	99,998
t-verteilt 4 Freiheitsgrade	100,001	100,001
chi <sup>2</sup> -verteilt 7 Freiheitsgrade	100,000	99,376

Tabelle 16 Übersicht über die Lageparameter der zugrunde liegenden trendfreien Datensätze

Verteilungsform	Standardabweichung $\sigma$		MAD (Median-Deviation)		0,5 IQR (Quartilsabstand/2)	
normalverteilt N (100,1)	0,999	1	0,664	1	0,664	1
t-verteilt 4 Freiheitsgrade	(1,392)*	(1,39)	0,741	1,12	0,741	1,12
chi <sup>2</sup> -verteilt 7 Freiheitsgrade	(3,707)*	(3,71)	2,311	3,48	2,370	3,57

\* Die Berechnung der Standardabweichung für nicht normalverteilte Datensätze ist rechnerisch möglich aber mathematisch nicht sinngemäß. Diese Berechnungen wurden hier trotzdem durchgeführt um das Abschätzen der Relationen der gewählten Streuparameter zueinander zu ermöglichen.

Tabelle 17 Übersicht über die Streuparameter der zugrunde liegenden trendfreien Datensätze, grau: Relativwerte bezogen auf die Werte beim normalverteilten Datensatz

Verteilungsform (alle: Soll-Mittelwert 100)	Ist-Mittelwert	Median	MAD (Median-Deviation)
normalverteilt Standardabweichung (sdv): Soll = 1 / Ist = 0,999	99,989	99,998	0,664
t-verteilt 4 Freiheitsgrade	100,001	100,001	0,741
chi <sup>2</sup> -verteilt 7 Freiheitsgrade	100,000	99,376	2,311

Tabelle 18 Übersicht über die jeweiligen Soll- und Ist-Werte der generierten Datensätze  
Alle Datensätze weisen eine große Übereinstimmung von vorgegebenem (Soll) zu tatsächlichem (Ist) Mittelwert auf. Die besonders geringe Abweichung der Ist- Mittelwerte bei dem t-verteilt und dem chi<sup>2</sup>-verteilt Datensatz sind durch das Verfahren der Generierung dieser Datensätze, also rechnerisch, bedingt. Der normalverteilte Datensatz und der t-verteilt Datensatz zeigen als symmetrische Verteilungsformen eine sehr geringe Abweichung des Medians vom Mittelwert. Etwas größer ist diese Abweichung beim unsymmetrischen, chi<sup>2</sup>-

verteilten Datensatz mit den Werten 99,376 (Median) versus 100,000 (Mittelwert). Die Median-Deviations (MAD,  $\tilde{D}$ ) der Datensätze zeigen eine ähnliche Tendenz: Die Median-Deviation des normalverteilten Datensatzes (0,664) und die des t-verteilten Datensatzes (0,741) unterscheiden sich nur geringfügig, während die Median-Deviation des unsymmetrischen,  $\chi^2$ -verteilten Datensatzes mit einem Wert von 2,311 deutlich davon abweicht.

Für die folgenden Übersichtstabellen wurden die (vertikalen) Trendausprägungen, die für einen gewählten Anteil (20%, 50%, 80% und 90%) erkannter Trends erforderlich sind, durch die Median-Deviation (MAD,  $\tilde{D}$ , vgl. Tabelle 18) des jeweils zugrunde liegenden Datensatzes geteilt. Statt der MAD könnte man alternativ durch die relative MAD (MAD/Median) teilen. Da die Mittelwerte sowie die Mediane etwa gleich groß sind, wird der Unterschied hier als nicht relevant angenommen. Das Ziel des dadurch ermöglichten Vergleichs ist es, die Anwendbarkeit der Trendtests, auch der parametrischen Verfahren, auf nicht-normalverteilte Datensätze zu überprüfen und den Einfluss der Verteilungsform auf die Testergebnisse auf diese Weise beschreiben zu können. Exemplarisch wurde dies anhand der Szenarien mit einem Stichprobenumfang von  $n=48$  und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  durchgeführt, da für diese Konstellation die meisten Werte vorliegen.

Die fett gedruckten, schattierten Felder kennzeichnen den oder die am besten geeigneten Test(s) für eine Power (Anteil richtiger Trenderkennung) von 80% und 90%. Die Kennzeichnung n. b. bedeutet, dass der jeweilige Tabellenwert nicht bestimmbar ist. Das heißt, die Gütefunktion erreicht den geforderten Wert für die Trenderkennung nicht. Intervalle, die in eckigen Klammern angegeben werden ( [Wert1 – Wert2] ) weisen darauf hin, dass beide Trendausprägungen/MAD (die Intervallgrenzen) genau zu der geforderten Teststärke (Anteil richtiger Trenderkennung) führen. Der Bereich zwischen diesen Werten kann dabei entweder eine geringere oder eine größere Teststärke als sie geforderte zeigen.

Die folgenden Tabellen geben eine Übersicht über die Trenderkennung bei Datensätzen verschiedener Verteilungsformen und unterschiedlichen Trends bei einem Stichprobenumfang von  $n=48$  und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  für verschiedene Blockzahlen  $m$  ( $m=1, 2, 4$  und  $8$ ). Die Tabellenwerte geben das Verhältnis von Trendausprägung zu MAD wieder, das zu einer richtigen Trenderkennung bei 20%, 50%, 80% bzw. 90% der Stichproben führt. Eine Trenderkennung von 80% entspricht dabei einer Teststärke (engl. power) von 0,8 oder 80%. Der  $\beta$ -Fehler ist der Komplementärwert der Teststärke zu 1, entsprechend 0,2 oder 20%. Ein kleiner Tabellenwert zeigt also einen gut geeigneten Test an, ein größerer Tabellenwert einen weniger geeigneten Test für das jeweilige Szenario

## Median-Deviation und robuste Schätzung der Standardabweichung

Verteilungsform (Soll-Mittelwert: 100)	Median-Deviation (MAD)	Robuste Schätzung der Standardabweichung (MAD * 1,4826)
normalverteilt N (100,1)	0,664	0,999
t-verteilt 4 Freiheitsgrade	0,741	1,392
chi <sup>2</sup> -verteilt 7 Freiheitsgrade	2,311	3,707

Tabelle 19 Berechnung des konsistenten, robusten Schätzwertes für die Standardabweichung mittels Korrektur des MAD-Wertes ( $\tilde{D}$ ) durch Multiplikation mit dem Faktor 1,4826

Möchte man den MAD-Wert (Median-Deviation,  $\tilde{D}$ ) für eine konsistente, robuste Schätzung der Standardabweichung  $\sigma$  nach dem Modell einer Normalverteilung ( $N(\mu, \sigma)$ ) verwenden, so muss der MAD-Wert mit dem Korrektur- oder Skalierungsfaktor 1,4826 multipliziert werden oder entsprechend durch 0,6745 geteilt werden [5][6]. Werden die oben tabellierten MAD-Werte mit diesem Faktor 1,4826 multipliziert, erhält man folgende robuste Schätzwerte für die Standardabweichung der verschiedenen trendfreien Datensätze.

Dieses Verfahren ist hier deshalb nicht nötig, da sich MAD ( $\tilde{D}$ ) und robuste Schätzung der Standardabweichung nur durch den Korrekturfaktor unterscheiden. Die so berechneten Quotienten aus Trendausprägung und MAD beziehungsweise Trendausprägung und robustem Schätzwert für die Standardabweichung sind zwar absolut gesehen unterschiedlich, ihr Verhältnis zueinander bleibt jedoch gleich. Folglich kann genau so gut die Trendausprägung durch den MAD-Wert ( $\tilde{D}$ ) geteilt werden, damit man eine Vergleichbarkeit zwischen den unterschiedlichen Verteilungsformen erreicht.

Um die Übersichtlichkeit der Tabellen weiter zu erhöhen, wurden die Daten auf die Blockzahl  $m=1$  reduziert, da die Ergebnisse für unterschiedliche Blockzahlen  $m$  ohnehin nur geringfügig voneinander abweichen.

Es ergibt sich für stetige Trends bei einem Stichprobenumfang von  $n=48$ , einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  und einer voll randomisierten Stichprobenziehung (Blockzahl  $m=1$ ) aus einer Grundgesamtheit mit  $N=20.000$  Werten folgende Übersichtstabelle:

## Übersichtstabelle LinTrend LTx (x = vertikale Trendausprägung)

Test	Verteilungsform	Trenderkennung (n=48, $\alpha=0,1$ und m=1)			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>Cox-Stuart</b>	normalverteilt (sdv 1)	1,09	2,06	3,07	3,61
	t-verteilt (4 FG)	1,28	2,34	3,43	4,08
	chi2-verteilt (7 FG)	0,90	2,01	3,04	3,60
<b>Mann</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,62	1,31	2,00	2,37
	t-verteilt (4 FG)	0,70	1,45	2,21	2,63
	chi2-verteilt (7 FG)	0,56	1,26	1,95	2,33
<b>Wilcoxon</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,68	1,51	2,33	2,78
	t-verteilt (4 FG)	0,82	1,71	2,62	3,14
	chi2-verteilt (7 FG)	0,67	1,49	2,30	2,77
<b>Wallis-Moore</b>	normalverteilt (sdv 1)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>Regression</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,60	1,26	1,94	2,33
	t-verteilt (4 FG)	0,76	1,59	2,47	2,97
	chi2-verteilt (7 FG)	0,61	1,35	2,07	2,48
<b>von Neumann</b>	normalverteilt (sdv 1)	1,31	2,48	3,53	4,08
	t-verteilt (4 FG)	1,64	3,07	4,42	5,18
	chi2-verteilt (7 FG)	1,36	2,60	3,72	4,30

n. b. = nicht bestimmbar, die Gütefunktion erreicht den geforderten Wert für die Trenderkennung nicht

Tabelle 20 Übersicht über die erforderlichen Trendausprägungen / MAD bei linearem (stetigem) Trend

Dargestellt sind die erforderlichen Trendausprägungen für unterschiedliche Trendtests und Verteilungsformen der zugrunde liegenden Datensätze, die zur Trenderkennung in 20%, 50%, 80% und 90% der gezogenen Stichproben führen. Die Werte gelten für einen Stichprobenumfang von  $n=48$ , eine voll randomisierte Stichprobenziehung (Blockzahl  $m=1$ ) und eine Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  (10%). Die Trenderkennung entspricht der jeweiligen Teststärke (engl. power)  $1-\beta$ , die bei der tabellierten Trendausprägung erreicht wird. Die absoluten Werte der Trendausprägungen (korrigiert mittels teilen durch den MAD-Wert,  $\tilde{D}$ ) sind hier nicht so wichtig, da sie sich ohnehin nur schwer auf andere Szenarien übertragen lassen. Es ist vorrangig das Verhältnis der Trendausprägungen der unterschiedlichen Verteilungsformen entscheidend.

Für periodische Trends (Sinustrends) bei einem Stichprobenumfang von  $n=48$ , einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  und einer voll randomisierten Stichprobenziehung (Blockzahl  $m=1$ ) aus einer Grundgesamtheit mit  $N=20.000$  Werten ergeben sich folgende Übersichtstabellen:

Übersichtstabelle SinTrend STx-3 (x = vert. Trendausprägung)

Test	Verteilungsform	Trenderkennung ( $n=48, \alpha=0,1$ und $m=1$ )			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>Cox-Stuart</b>	normalverteilt (sdv 1)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	23,62	n. b.	n. b.	n. b.
<b>Mann</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,70	3,91	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	0,78	4,69	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	2,31	13,88	n. b.	n. b.
<b>Wilcoxon</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,85	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	0,83	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	2,58	n. b.	n. b.	n. b.
<b>Wallis-Moore</b>	normalverteilt (sdv 1)	1,92	3,37	5,25	6,51
	t-verteilt (4 FG)	2,23	4,07	6,51	8,17
	chi2-verteilt (7 FG)	6,43	11,48	18,25	23,07
<b>Regression</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,68	3,19	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	0,83	3,93	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	2,56	11,84	n. b.	n. b.
<b>von Neumann</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,41	0,73	1,06	1,18
	t-verteilt (4 FG)	0,53	0,98	1,42	1,67
	chi2-verteilt (7 FG)	1,41	2,62	3,84	4,47

n. b. = nicht bestimmbar, die Gütefunktion erreicht den geforderten Wert für die Trenderkennung nicht

Tabelle 21 Übersichten über die erforderlichen Trendausprägungen / MAD bei periodischem Trend (Sinustrend), Frequenz 3/20.000

## Übersichtstabelle SinTrend STx-8 (x = vert. Trendausprägung)

Test	Verteilungsform	Trenderkennung (n=48, $\alpha=0,1$ und m=1)			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>Cox-Stuart</b>	normalverteilt (sdv 1)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>Mann</b>	normalverteilt (sdv 1)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>Wilcoxon</b>	normalverteilt (sdv 1)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>Wallis-Moore</b>	normalverteilt (sdv 1)	1,20	2,25	3,80	4,92
	t-verteilt (4 FG)	1,48	2,79	4,77	6,32
	chi2-verteilt (7 FG)	4,31	7,90	13,41	17,76
<b>Regression</b>	normalverteilt (sdv 1)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	t-verteilt (4 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	chi2-verteilt (7 FG)	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
<b>von Neumann</b>	normalverteilt (sdv 1)	0,52	1,07	1,62	1,93
	t-verteilt (4 FG)	0,78	1,51	2,30	2,78
	chi2-verteilt (7 FG)	2,06	4,02	5,97	7,27

n. b. = nicht bestimmbar, die Gütefunktion erreicht den geforderten Wert für die Trenderkennung nicht

Tabelle 22 Übersichten über die erforderlichen Trendausprägungen / MAD bei periodischem Trend (Sinustrend), Frequenz 8/20.000

Bei den kombinierten Trends (lineare Trends und Sinustrends) wurden ausschließlich die normalverteilten Datensätze getestet. Für die kombinierten Trends bei einem Stichprobenumfang von n=48, einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  und einer voll randomisierten Stichprobenziehung (Blockzahl m=1) aus einer Grundgesamtheit mit N=20.000 Werten ergeben sich die folgenden Tabellen:

Test	Trenderkennung / MAD			
	0,2	0,5	0,8	0,9
CoxStuart	0,59	n. b.	n. b.	n. b.
Mann	1,22 / 4,38	0,32	n. b.	n. b.
Wilcoxon	1,22 / 4,01	n. b.	n. b.	n. b.
Wallis-Moore	2,86	5,06	7,89	9,93
Regression	1,28 / 4,53	0,37	n. b.	n. b.
vonNeumann	n. b.	1,09	1,62	1,94

Tabelle 23 Werte für Lin-Sin-Trends LT1-STx-3 novert sdv 1, n=48,  $\alpha=0,1$

Test	Trenderkennung / MAD			
	0,2	0,5	0,8	0,9
CoxStuart	1,28	2,27	3,34	3,89
Mann	0,80	1,50	2,24	2,62
Wilcoxon	0,90	1,69	2,55	2,99
Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
Regression	0,80	1,49	2,20	2,54
vonNeumann	1,32	2,58	3,66	4,25

Tabelle 24 Werte für Lin-Sin-Trends LTx-ST02-3 novert sdv 1, n=48,  $\alpha=0,1$

Test	Trenderkennung / MAD			
	0,2	0,5	0,8	0,9
CoxStuart	1,80	2,89	4,03	4,61
Mann	1,25	2,01	2,77	3,16
Wilcoxon	1,27	2,18	3,14	3,63
Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
Regression	1,21	1,96	2,70	3,03
vonNeumann	n. b.	2,11	3,54	4,18

Tabelle 25 Werte für Lin-Sin-Trends LTx-ST06-3 novert sdv 1, n=48,  $\alpha=0,1$

Test	Trenderkennung / MAD			
	0,2	0,5	0,8	0,9
CoxStuart	3,39	5,93	7,00	7,81
Mann	0,71 / 2,59	3,91	4,53	5,07
Wilcoxon	0,71 / 2,45	4,20	5,14	5,83
Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
Regression	0,65 / 2,47	3,69	4,35	4,86
vonNeumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.

Tabelle 26 Werte für Lin-Sin-Trends LTx-ST16-3 novert sdv 1, n=48,  $\alpha=0,1$

## Literaturverzeichnis

- [1] Huber, P. J., Robust Statistics  
1. Auflage 1981, Wiley-Interscience, S. 308  
ISBN 0-471-41805-6, ISBN-13 978-0471-41805-4
  
- [2] Sachs, L., Angewandte Statistik, Anwendung statistischer Methoden  
10. Auflage 2002, Springer Verlag, S. 338  
ISBN 3-540-42448-2
  
- [3] Hartung, J. Elpelt, B. Klösener, K.-H.  
Statistik, Lehr-und Handbuch der angewandten Statistik  
12. Auflage 1999, Oldenbourg Verlag, S. 865  
ISBN 3-486-24984-3
  
- [4] *ibid.*, S. 866
  
- [5] Sachs, L., Angewandte Statistik, S. 338
  
- [6] Hampel, F. R., Robust Statistics  
1. Auflage 1986, Wiley, S. 502  
ISBN 0-471-82921-8, ISBN-13 978-0471-82921-8

nach [oben](#)

# Tabellen zur Erganzen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse in Form von Übersichtstabellen

## Trendauspragung / MAD

Lin-Trends novert sdv 1, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
m	Test				
1	Cox-Stuart	1,09	2,06	3,07	3,61
	Mann	0,62	1,31	<b>2,00</b>	<b>2,37</b>
	Wilcoxon	0,68	1,51	2,33	2,78
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,60	1,26	<b>1,94</b>	<b>2,33</b>
	von Neumann	1,31	2,48	3,53	4,08
2	Cox-Stuart	1,06	2,01	2,99	3,53
	Mann	0,60	1,28	<b>1,96</b>	<b>2,35</b>
	Wilcoxon	0,67	1,46	2,27	2,71
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,59	1,25	<b>1,93</b>	<b>2,28</b>
	von Neumann	1,29	2,46	3,48	4,02
4	Cox-Stuart	1,08	2,01	2,97	3,51
	Mann	0,58	1,29	<b>1,95</b>	<b>2,32</b>
	Wilcoxon	0,67	1,47	2,26	2,67
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,57	1,25	<b>1,90</b>	<b>2,26</b>
	von Neumann	1,27	2,45	3,45	3,95
8	Cox-Stuart	0,83	2,02	2,98	3,49
	Mann	0,60	1,27	<b>1,96</b>	<b>2,32</b>
	Wilcoxon	0,67	1,46	2,27	2,68
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,57	1,24	<b>1,90</b>	<b>2,25</b>
	von Neumann	1,02	2,46	3,45	3,94

## Trendauspragung / MAD

Lin-Trends tvert FG4, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
m	Test				
1	Cox-Stuart	1,28	2,34	3,43	4,08
	Mann	0,70	1,45	<b>2,21</b>	<b>2,63</b>
	Wilcoxon	0,82	1,71	<b>2,62</b>	<b>3,14</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,76	1,59	<b>2,47</b>	<b>2,97</b>
	von Neumann	1,64	3,07	4,42	5,18
2	Cox-Stuart	1,25	2,28	3,36	3,96
	Mann	0,71	1,45	<b>2,21</b>	<b>2,61</b>
	Wilcoxon	0,80	1,69	<b>2,59</b>	<b>3,05</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,76	1,59	<b>2,45</b>	<b>2,94</b>
	von Neumann	1,65	3,05	4,40	5,17
4	Cox-Stuart	1,25	2,27	3,35	3,92
	Mann	0,70	1,45	<b>2,18</b>	<b>2,58</b>
	Wilcoxon	0,82	1,69	<b>2,57</b>	<b>3,05</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,75	1,59	<b>2,44</b>	<b>2,91</b>
	von Neumann	1,66	3,04	4,39	5,11
8	Cox-Stuart	1,24	2,25	3,33	3,90
	Mann	0,70	1,44	<b>2,18</b>	<b>2,57</b>
	Wilcoxon	0,82	1,69	<b>2,56</b>	<b>3,04</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,76	1,57	<b>2,43</b>	<b>2,90</b>
	von Neumann	1,62	3,03	4,35	5,10

## Trendauspragung / MAD

Lin-Trends chi2vert FG7, n=48, alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
m	Test				
1	Cox-Stuart	0,90	2,01	3,04	3,60
	Mann	0,56	1,26	<b>1,95</b>	<b>2,33</b>
	Wilcoxon	0,67	1,49	<b>2,30</b>	<b>2,77</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,61	1,35	<b>2,07</b>	<b>2,48</b>
	von Neumann	1,36	2,60	3,72	4,30
2	Cox-Stuart	1,03	1,97	2,98	3,51
	Mann	0,56	1,24	<b>1,93</b>	<b>2,30</b>
	Wilcoxon	0,65	1,45	<b>2,25</b>	<b>2,72</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,61	1,33	<b>2,07</b>	<b>2,45</b>
	von Neumann	1,36	2,59	3,70	4,25
4	Cox-Stuart	1,03	1,98	2,95	3,47
	Mann	0,58	1,24	<b>1,92</b>	<b>2,28</b>
	Wilcoxon	0,67	1,45	<b>2,24</b>	<b>2,67</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,62	1,33	<b>2,04</b>	<b>2,42</b>
	von Neumann	1,34	2,57	3,66	4,22
8	Cox-Stuart	1,02	1,98	2,94	3,46
	Mann	0,57	1,24	<b>1,91</b>	<b>2,27</b>
	Wilcoxon	0,66	1,45	<b>2,23</b>	<b>2,69</b>
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression	0,60	1,32	<b>2,04</b>	<b>2,41</b>
	von Neumann	1,33	2,57	3,66	4,23

Tabelle 27 a-c Übersicht über die Trenderkennung bei Datensätzen verschiedener Verteilungsformen für monotone (lineare) Trends, n=48 und  $\alpha=0,1$  für verschiedene Blockzahlen m. Am besten geeignet sind bei den normalverteilten Daten der Test über die lineare Regression sowie der Test nach Mann. Bei den t-verteiltern und bei den  $\chi^2$ -verteiltern Datensätzen ist der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test ebenfalls gut geeignet. Während der Regressionstest bei den normalverteilten Daten mit geringem Abstand der stärkste Test ist, ist der Test nach Mann bei den nicht-normalverteilten

Daten im Vorteil. Er zeigt kaum Unterschiede in seinen Ergebnissen. Interessanterweise ist der parametrische Regressionstest dem Wilcoxonstest auch bei den nicht-normalverteilten Daten überlegen.

### Trendausprägung / MAD

Sin-Trends STx-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,06	5,88	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	1,28	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,89	5,08	7,90	9,80
	Regression	1,03	4,80	n. b.	n. b.
von Neumann	0,62	1,10	1,59	1,78	
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,80	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,03	4,51	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,86	2,51	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,89	5,03	7,81	9,74
	Regression	1,03	4,25	n. b.	n. b.
von Neumann	0,61	1,10	1,55	1,80	
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,42	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,08	4,95	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,86	2,49	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,82	4,95	7,57	9,47
	Regression	1,03	4,39	n. b.	n. b.
von Neumann	0,58	1,12	1,55	1,78	
<b>8</b>	Cox-Stuart	2,53	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,20	5,45	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,90	2,58	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,81	4,80	7,30	8,92
	Regression	1,10	4,80	n. b.	n. b.
von Neumann	0,58	1,10	1,55	1,78	

### Trendausprägung / MAD

Sin-Trends STx-3 tvert FG4, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,05	6,33	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	1,12	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	3,02	5,49	8,79	11,03
	Regression	1,12	5,31	n. b.	n. b.
von Neumann	0,72	1,33	1,91	2,26	
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,86	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,98	5,38	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,81	2,71	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	3,03	5,43	8,66	10,80
	Regression	1,11	4,86	n. b.	n. b.
von Neumann	0,69	1,34	1,91	2,25	
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,78	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,04	5,61	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,82	2,67	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	3,01	5,33	8,45	10,53
	Regression	1,11	4,94	n. b.	n. b.
von Neumann	0,69	1,32	1,91	2,26	
<b>8</b>	Cox-Stuart	2,59	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,13	6,29	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,87	2,78	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,92	5,22	8,08	10,02
	Regression	1,24	5,29	n. b.	n. b.
von Neumann	0,69	1,32	1,88	2,22	

### Trendausprägung / MAD

Sin-Trends STx-3 chi2vert FG7, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	10,22	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,00	6,01	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	1,12	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,78	4,97	7,90	9,98
	Regression	1,11	5,12	n. b.	n. b.
von Neumann	0,61	1,13	1,66	1,93	
<b>2</b>	Cox-Stuart	1,66	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	0,94	4,79	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,81	2,54	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,78	4,98	7,76	9,88
	Regression	1,08	4,67	n. b.	n. b.
von Neumann	0,58	1,14	1,65	1,92	
<b>4</b>	Cox-Stuart	1,66	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,00	4,82	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,79	2,52	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,77	4,90	7,63	9,67
	Regression	1,11	4,74	n. b.	n. b.
von Neumann	0,58	1,13	1,65	1,93	
<b>8</b>	Cox-Stuart	2,45	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	1,11	5,40	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	0,87	2,58	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,69	4,72	7,33	9,06
	Regression	1,22	5,11	n. b.	n. b.
von Neumann	0,60	1,12	1,63	1,90	

Tabelle 28 a-c Übersicht über die Trenderkennung bei Datensätzen verschiedener Verteilungsformen für periodische Trends (Sinustrends), n=48 und  $\alpha=0,1$  für verschiedene Blockzahlen m. Diese Tabelle zeigt Werte für Sinustrends mit einer Frequenz von 3 Sinusschwingungen pro 20.000 Werte der Grundgesamtheit. Die einzigen Tests, die überhaupt in der Lage sind den periodischen Trend mit einer Teststärke von mindestens 80% zu erkennen, sind die Tests nach Wallis-Moore und nach von Neumann. Der Test nach von Neumann zeigt sich jedoch deutlich überlegen, sowohl bei den normalverteilten als auch bei den nicht-normalverteilten Datensätzen.

### Trendausprägung / MAD

Sin-Trends STx-8 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,81	3,38	5,72	7,41
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,79	1,62	<b>2,44</b>	<b>2,91</b>
<b>2</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,76	3,30	5,56	7,23
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,80	1,65	<b>2,49</b>	<b>2,97</b>
<b>4</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,69	3,21	5,40	7,01
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,83	1,68	<b>2,54</b>	<b>3,02</b>
<b>8</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,62	2,91	4,91	6,32
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,90	1,74	<b>2,60</b>	<b>3,15</b>

### Trendausprägung / MAD

Sin-Trends STx-8 tvert FG4, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,00	3,77	6,45	8,53
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		1,05	2,04	<b>3,10</b>	<b>3,75</b>
<b>2</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,96	3,69	6,25	8,28
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		1,07	2,07	<b>3,16</b>	<b>3,80</b>
<b>4</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,88	3,54	6,06	8,02
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		1,10	2,13	<b>3,22</b>	<b>3,88</b>
<b>8</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,78	3,26	5,51	7,32
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		1,12	2,16	<b>3,26</b>	<b>3,93</b>

### Trendausprägung / MAD

Sin-Trends STx-8 chi2vert FG7, n=48  
alpha=0,1

		Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
<b>m</b>	<b>Test</b>				
<b>1</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,86	3,42	5,80	7,69
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,89	1,74	<b>2,59</b>	<b>3,15</b>
<b>2</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,82	3,33	5,71	7,55
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,89	1,76	<b>2,66</b>	<b>3,18</b>
<b>4</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,78	3,24	5,50	7,30
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,89	1,78	<b>2,69</b>	<b>3,25</b>
<b>8</b>	Cox-Stuart	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	1,63	2,99	5,02	6,47
	Regression von Neumann	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
		0,93	1,85	<b>2,80</b>	<b>3,34</b>

Tabelle 29 a-c Übersicht über die Trenderkennung bei Datensätzen verschiedener Verteilungsformen für periodische Trends (Sinustrends), n=48 und  $\alpha=0,1$  für verschiedene Blockzahlen m. Diese Tabelle zeigt Werte für Sinustrends mit einer Frequenz von 8 Sinusschwingungen pro 20.000 Werte der Grundgesamtheit. Die einzigen Tests, die überhaupt in der Lage sind den periodischen Trend mit einer Teststärke von mindestens 80% zu erkennen, sind wiederum die Tests nach Wallis-Moore und nach von Neumann. Der Test nach von Neumann zeigt sich jedoch auch hier deutlich überlegen, sowohl bei den normalverteilten als auch bei den nicht-normalverteilten Datensätzen.

### Trendausprägung / MAD

Lin-Sin-Trends LT1-STx-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	0,59	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[1,22 - 4,38]	0,32	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[1,22 - 4,01]	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,86	5,06	7,89	9,93
	Regression von Neumann	[1,28 - 4,53]	0,37	n. b.	n. b.
		n. b.	1,09	<b>1,62</b>	<b>1,94</b>
2	Cox-Stuart	[0,45 - 4,97]	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[1,20 - 4,34]	0,32	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,90 - 2,89]	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,89	5,04	7,77	9,72
	Regression von Neumann	[1,28 - 4,40]	0,37	n. b.	n. b.
		n. b.	1,08	<b>1,62</b>	<b>1,93</b>
4	Cox-Stuart	[0,44 - 4,17]	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[1,22 - 4,62]	0,32	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,90 - 2,89]	n. b.	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,83	4,98	7,61	9,45
	Regression von Neumann	[1,28 - 4,74]	0,37	n. b.	n. b.
		n. b.	1,08	<b>1,61</b>	<b>1,91</b>
8	Cox-Stuart	[0,44 - 9,88]	n. b.	n. b.	n. b.
	Mann	[1,16 - 6,23]	0,32	n. b.	n. b.
	Wilcoxon	[0,83 - 3,28]	11,17	n. b.	n. b.
	Wallis-Moore	2,79	4,80	7,33	8,93
	Regression von Neumann	[1,22 - 6,10]	0,37	n. b.	n. b.
		n. b.	1,06	<b>1,61</b>	<b>1,87</b>

### Trendausprägung / MAD

Lin-Sin-Trends LTx-ST02-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	1,28	2,27	3,34	3,89
	Mann	0,80	1,50	<b>2,24</b>	<b>2,62</b>
	Wilcoxon	0,90	1,69	2,55	2,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,80	1,49	<b>2,20</b>	<b>2,54</b>
		1,32	2,58	3,66	4,25
2	Cox-Stuart	1,33	2,32	3,36	3,87
	Mann	0,80	1,49	<b>2,22</b>	<b>2,60</b>
	Wilcoxon	0,93	1,74	2,59	2,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,80	1,47	<b>2,18</b>	<b>2,51</b>
		1,30	2,57	3,62	4,20
4	Cox-Stuart	1,34	2,30	3,34	3,84
	Mann	0,78	1,48	<b>2,21</b>	<b>2,59</b>
	Wilcoxon	0,93	1,74	2,59	2,99
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,78	1,45	<b>2,18</b>	<b>2,48</b>
		1,31	2,57	3,63	4,18
8	Cox-Stuart	1,35	2,31	3,34	3,82
	Mann	0,80	1,49	<b>2,20</b>	<b>2,56</b>
	Wilcoxon	0,95	1,75	2,57	2,98
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	0,80	1,45	<b>2,15</b>	<b>2,47</b>
		1,31	2,57	3,62	4,17

Tabelle 30a und 30b Übersicht über die Trenderkennung bei normalverteilten Datensätzen für kombinierte Trends, n=48 und  $\alpha=0,1$  für verschiedene Blockzahlen m.

Tabelle 30a: Die einzigen Tests, die in der Lage sind den kombinierten Trend LT1-STx-3 mit einer Teststärke von mindestens 80% zu erkennen, sind wiederum die Tests nach Wallis-Moore und nach von Neumann. Der Test nach von Neumann zeigt sich aber auch hier wieder deutlich überlegen.

Tabelle 30b: Der Trend LTx-ST02-3 wird ebenso wie die monotonen Trends von allen Tests außer dem Test nach Wallis und Moore erkannt. Besonders gute Ergebnisse liefern hier der Regressionstest und der Test nach Mann. Der periodische Trend ist mit einer Amplitude von 0,2 nur sehr schwach ausgeprägt.

### Trendausprägung / MAD

Lin-Sin-Trends LTx-ST06-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	1,80	2,89	4,03	4,61
	Mann	1,25	2,01	<b>2,77</b>	<b>3,16</b>
	Wilcoxon	1,27	2,18	3,14	3,63
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,21	1,96	<b>2,70</b>	<b>3,03</b>
2	Cox-Stuart	2,04	3,10	4,21	4,80
	Mann	[0,03 - 1,23]	2,00	<b>2,75</b>	<b>3,10</b>
	Wilcoxon	1,53	2,39	3,31	3,74
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,21	1,94	<b>2,69</b>	<b>3,01</b>
4	Cox-Stuart	2,07	3,13	4,22	4,80
	Mann	[0,03 - 1,23]	1,98	<b>2,73</b>	<b>3,07</b>
	Wilcoxon	1,52	2,38	3,30	3,73
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,23	1,94	<b>2,66</b>	<b>3,01</b>
8	Cox-Stuart	2,10	3,15	4,22	4,78
	Mann	1,27	1,98	<b>2,72</b>	<b>3,04</b>
	Wilcoxon	1,56	2,39	3,26	3,67
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	1,23	1,93	<b>2,66</b>	<b>2,98</b>

### Trendausprägung / MAD

Lin-Sin-Trends LTx-ST16-3 novert sdv1, n=48  
alpha=0,1

m	Test	Anteil richtiger Trenderkennung			
		0,2	0,5	0,8	0,9
1	Cox-Stuart	3,39	5,93	7,00	7,81
	Mann	[0,71 - 2,59]	3,91	<b>4,53</b>	<b>5,07</b>
	Wilcoxon	[0,71 - 2,45]	4,20	5,14	5,83
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	[0,65 - 2,47]	3,69	<b>4,35</b>	<b>4,86</b>
2	Cox-Stuart	[0,32 - 4,62]	6,08	7,53	7,96
	Mann	[0,71 - 2,60]	3,61	<b>4,52</b>	<b>5,05</b>
	Wilcoxon	[1,16 - 3,18]	4,40	5,69	6,36
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	[0,65 - 2,45]	3,43	<b>4,33</b>	<b>4,84</b>
4	Cox-Stuart	[0,41 - 4,85]	6,73	7,69	8,41
	Mann	[0,65 - 2,62]	3,87	<b>5,12</b>	<b>5,04</b>
	Wilcoxon	[1,16 - 3,18]	4,77	5,62	6,23
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	[0,59 - 2,47]	3,66	<b>4,32</b>	<b>4,80</b>
8	Cox-Stuart	5,18	6,47	7,77	8,41
	Mann	[0,51 - 2,73]	3,63	<b>4,41</b>	<b>4,91</b>
	Wilcoxon	[0,90 - 3,42]	4,41	5,40	5,91
	Wallis-Moore	n. b.	n. b.	n. b.	n. b.
	Regression von Neumann	[0,47 - 2,56]	3,38	<b>4,23</b>	<b>4,62</b>

Tabelle 31a und 31b Übersicht über die Trenderkennung bei normalverteilten Datensätzen für kombinierte Trends, n=48 und  $\alpha=0,1$  für verschiedene Blockzahlen m.

Tabelle 31a: Der Trend LTx-ST06-3 wird ebenso wie die monotonen Trends von allen Tests außer dem Test nach Wallis und Moore erkannt. Besonders gute Ergebnisse liefern auch hier der Regressionstest und der Test nach Mann. Der periodische Trend ist mit einer Amplitude von 0,6 schwach ausgeprägt.

Tabelle 31b: Auch der Trend LTx-ST16-3 wird von allen Tests außer dem Test nach Wallis und Moore erkannt. Besonders gute Ergebnisse liefern hier wieder der Regressionstest und der Test nach Mann. Der periodische Trend ist mit einer Amplitude von 1,6 schon deutlicher ausgeprägt.

Man kann hier gut erkennen, dass die Trenderkennung durch einen Anstieg der Amplitude des Sinustrends deutlich erschwert wird. Dies zeigt sich in größeren Tabellenwerten für die erforderliche Trendausprägung / MAD. Solange der Sinustrend im Verhältnis zum monotonen Trend nur schwach ausgeprägt ist, kann der kombinierte Trend wie der monotone Trend von allen Tests außer dem Test nach Wallis und Moore erkannt werden. Bei steigender Amplitude wird der Sinustrend dominanter. Der kombinierte Trend kann dann nur noch von den Tests erkannt werden, die für die Erkennung periodischer Trends konzipiert wurden.

Die Trenderkennung wird also durch sich überlagernde Trends erschwert. Das gleichzeitige Vorliegen verschiedener Trends führt also nicht dazu, eine Trenderkennung insgesamt zu erleichtern.

nach [oben](#)

## Bewertung der Ergebnisse:

### Verteilungsformen

Ein wesentlicher Aspekt bei den verschiedenen Trendtests sind die Voraussetzungen, die sie an die zugrunde liegenden Daten stellen. Der Regressionstest und der Test nach von Neumann sind parametrische Verfahren. Insofern zeigen sie erwartungsgemäß ihre Überlegenheit an normalverteilten Daten. Wie sieht die Situation also bei nicht normalverteilten Daten aus? Lässt die erreichte Teststärke bei nicht normalverteilten Datensätzen gleich deutlich nach oder wird eine (geringfügige) Abweichung von der Normalverteilung toleriert?

Dazu betrachten wir die Situation bei einem t-verteilten Datensatz mit 4 Freiheitsgraden und bei einem  $\chi^2$ -verteilten Datensatz mit 7 Freiheitsgraden. Der t-verteilte Datensatz ist wie der normalverteilte symmetrisch, weist aber eine breitere Basis und damit eine größere Streuung auf. Der  $\chi^2$ -verteilte Datensatz ist unsymmetrisch, der Median ist zu kleineren Werten hin verschoben statt im Zentrum der Spannweite zu liegen. Die Streuung ist damit beim  $\chi^2$ -verteilten Datensatz deutlich größer. Im Folgenden sind nochmals die Streuparameter der verschiedenen Verteilungsformen zum Vergleich aufgeführt (vergleiche hierzu Tabelle 19). Als robuste Streuparameter wurden hier die Median-Deviation sowie ein konsistenter, robuster Schätzwert für die Standardabweichung berechnet.

normalverteilt:	MAD=0,664	MAD*1,4826=0,999
t-verteilt (4 FG)	MAD=0,741	MAD*1,4826=1,3292
$\chi^2$ -verteilt (7 FG)	MAD=2,311	MAD*1,4826=3,707

Durch die größere Streuung wird natürlich zunächst die Trenderkennung bei dem t-verteilten sowie bei dem  $\chi^2$ -verteilten Datensatz generell erschwert. Was ist jedoch, wenn man die Trendausprägung in Relation zur Streuung setzt, also durch einen Streuparameter, z. B. die MAD teilt? Verlieren die parametrischen Tests unter diesen Bedingungen ihre Leistungsfähigkeit?

Hierzu werfen wir einen Blick auf die [Tabelle 27](#).

Lineare Trends, verschiedene Verteilungsformen,  $n=48$ ,  $m=1$ ,  $\alpha=0,1$ . Die Trendtests erreichen eine Power von 90% bei folgenden Trendausprägungen/MAD:

Verteilungsfreie, robuste Tests:	Trendausprägungen/MAD (Änderung gegenüber Normalverteilung)	
Cox-Stuart	normalverteilt	3,61
	t-verteilt	4,08 (+13%)
	$\chi^2$ -verteilt	3,60 ( $\pm 0\%$ )
Mann	normalverteilt	2,37
	t-verteilt	2,63 (+11%)
	$\chi^2$ -verteilt	2,33 (-2%)
Wilcoxon	normalverteilt	2,78
	t-verteilt	3,14 (+13%)
	$\chi^2$ -verteilt	2,77 ( $\pm 0\%$ )
Wallis-Moore	normalverteilt	n. b.
	t-verteilt	n. b.
	$\chi^2$ -verteilt	n. b.

Die robusten Tests zeigen sich recht unbeeindruckt von der dem Datensatz zugrunde liegenden Verteilungsform. Erstaunlich ist hier die große Übereinstimmung der Werte für die normalverteilten und die  $\chi^2$ -verteilten Datensätze und auch, dass alle drei Tests mit auswertbaren Ergebnissen etwa die gleichen Abweichungen im Vergleich der Verteilungsformen untereinander zeigen. Die t-verteilten Datensätze liefern etwas geringere Teststärken (11-13%). Das heißt, sie benötigen bei allen Tests größere Trendausprägungen um die geforderte Teststärke von 90% zu erreichen.

Parametrische Tests:

Regression	normalverteilt	2,33
	t-verteilt	2,97 (+27%)
	$\chi^2$ -verteilt	2,48 (+6%)
von Neumann	normalverteilt	4,08
	t-verteilt	5,18 (+27%)
	$\chi^2$ -verteilt	4,30 (+5%)

Die Abweichungen, die durch die Verteilungsformen bedingt sind, sind bei den parametrischen Tests mit 27% und 5-6% deutlich größer als bei den verteilungsfreien Verfahren. Genauer gesagt sind sie etwa doppelt so groß. Sie bewegen sich aber immer noch in einem Bereich, der in der Praxis tolerabel sein dürfte, gerade für die  $\chi^2$ -verteilten Datensätze, zumal gerade der Test über die Signifikanz des Rangregressionskoeffizienten sehr zuverlässige Ergebnisse liefert.

Bei den periodischen Trends mit der Frequenz 3 sieht die Situation folgendermaßen aus: Sinus-Trends STx-3, verschiedene Verteilungsformen,  $n=48$ ,  $m=1$ ,  $\alpha=0,1$ . Die Trendtests erreichen eine Power von 90% bei folgenden Trendausprägungen/MAD: (siehe hierzu [Tabelle 28](#))

Verteilungsfreie, robuste Tests:		Trendausprägungen/MAD (Änderung gegenüber Normalverteilung)
Cox-Stuart	alle Verteilungsformen	n. b.
Mann	alle Verteilungsformen	n. b.
Wilcoxon	alle Verteilungsformen	n. b.
Wallis-Moore	normalverteilt	9,80
	t-verteilt	11,03 (+13%)
	$\chi^2$ -verteilt	9,98 (+2%)

Parametrische Tests:

Regression	alle Verteilungsformen	n. b.
von Neumann	normalverteilt	1,78
	t-verteilt	2,26 (+27%)



## ***Stichprobenumfänge***

Grundsätzlich gilt, dass eine größere Stichprobe aussagekräftigere Ergebnisse liefert als eine kleine. Andererseits erfordert sie auch einen größeren finanziellen, personellen und zeitlichen Aufwand. Das Bestreben, mit einem vertretbaren, möglichst geringen Aufwand eine mit großer Wahrscheinlichkeit richtige Aussage über die Grundgesamtheit machen zu können, ist also verständlich. Aber wie groß muss eine Stichprobe tatsächlich sein um aussagekräftige Ergebnisse liefern zu können? Wie groß sind die Unterschiede bei Stichprobenumfängen von beispielsweise  $n=16$ ,  $n=24$ ,  $n=32$ ,  $n=40$  oder  $n=48$ ?

Die Tabellen der Originaldaten der Simulationen (siehe in der online publizierten Dissertation in Kapitel 7.1) liefern hier wertvolle Hinweise. Wichtig erscheint mir an dieser Stelle der Hinweis, dass es sich bei den aufgeführten Trendausprägungen um die originären, nicht korrigierten Werte handelt. Da es sich bei der Kommentierung der erhaltenen Ergebnisse hier ausschließlich um normalverteilte Datensätze handelt, erschien es mir nicht unbedingt nötig, die Trendausprägungen anzupassen. Möchte man die um den Quotienten MAD korrigierten Trendausprägungen erfahren, so teile man die Werte für  $x$  durch 0,664.

### Test nach Cox und Stuart

Betrachten wir zunächst die Gütefunktionen des Trendtests nach Cox und Stuart bei verschiedenen Stichprobenumfängen  $n$  am Beispiel stetiger Trends bei einem normalverteilten Datensatz.

Szenario: Stetige Trends (Lin Trend 01 bis 10), normalverteilte (sdv 1) Ausgangsdaten, Blockzahl  $m=1$ , Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha=0,1$ .

Cox-Stuart, LTx novert sdv 1, m=1, alpha=0,1					
	n=16	n=24	n=32	n=40	n=48
x					
0,1	0,07198	0,14594	0,07936	0,11934	0,06636
0,2	0,07438	0,15408	0,08348	0,12768	0,07462
0,3	0,0793	0,16508	0,09528	0,1382	0,087
0,4	0,08336	0,17846	0,10744	0,15814	0,10412
0,5	0,09098	0,19104	0,12188	0,18526	0,13046
0,6	0,0983	0,211704	0,142804	0,216284	0,157116
0,7	0,10914	0,23198	0,16594	0,24998	0,18918
0,8	0,12186	0,25972	0,18978	0,2863	0,22852
0,9	0,13646	0,28742	0,2231	0,32566	0,2664
1	0,14898	0,31698	0,25482	0,37118	0,31148
1,2	0,18268	0,38004	0,31972	0,4647	0,41302
1,4	0,22144	0,4454	0,40114	0,55736	0,51586
1,6	0,26472	0,5149	0,48586	0,64756	0,61458
1,8	0,3106	0,58856	0,56468	0,72776	0,7081
2	0,3606	0,65332	0,64202	0,79812	0,7868
2,2	0,41134	0,71424	0,71266	0,85484	0,85108
2,4	0,4622	0,76548	0,77436	0,90018	0,9002
2,6	0,5137	0,81338	0,82676	0,9331	0,93414
3	0,61088	0,88398	0,9061	0,97296	0,97588
3,5	0,71714	0,94098	0,95856	0,9926	0,99382
4	0,80094	0,97322	0,98442	0,99774	0,99878
5	0,90806	0,99488	0,99818	0,99986	0,99994
6	0,96096	0,999	0,99968	1	1
7	0,98262	0,99972	1	1	1
8	0,99236	0,99998	0,99998	1	1
9	0,99616	0,99998	1	1	1
10	0,99844	1	1	1	1

Tabelle 32

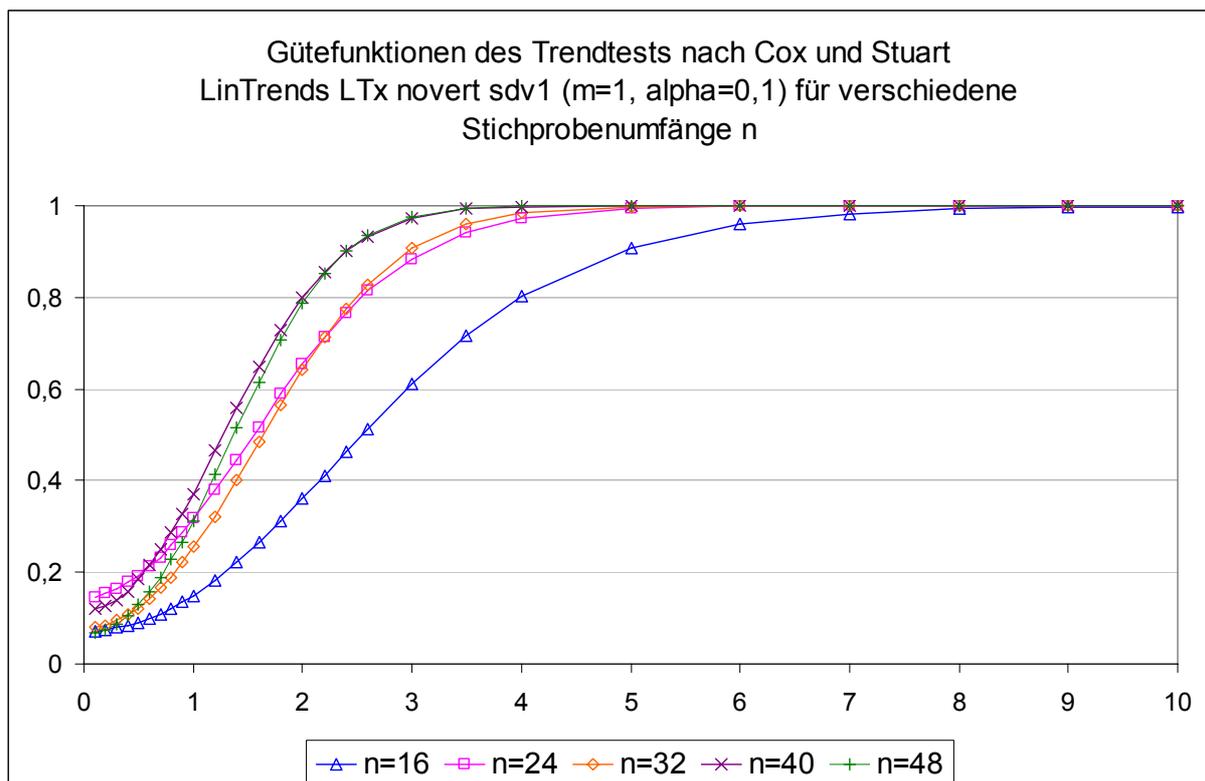


Abbildung 1

Folgender (vergrößerter) Ausschnitt zeigt die Situation noch deutlicher:

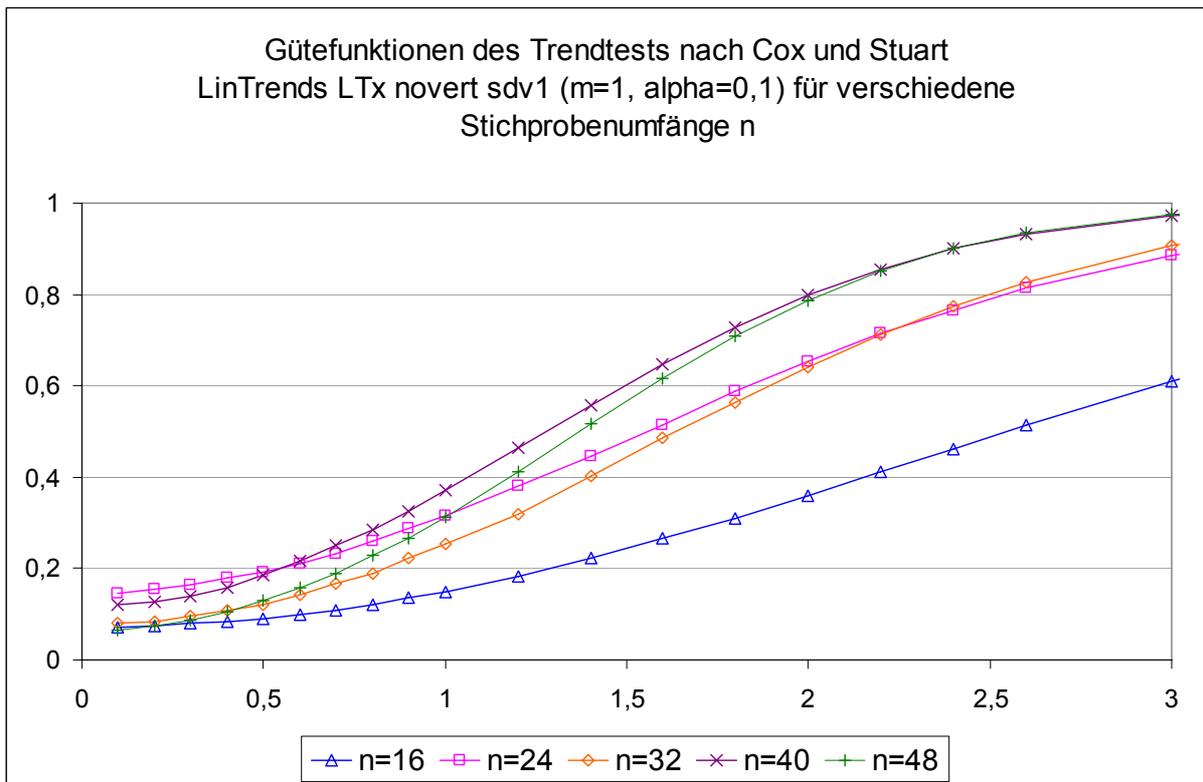


Abbildung 2

Auch wenn die eigentlichen Nominalwerte (Anzahl der Stichproben bei denen ein Trend angezeigt wurde / Anzahl gezogener Stichproben wenn der Datensatz keinen Trend aufweist) hier nicht vorliegen, so kann man doch sehr gut erkennen, dass der Stichprobenumfang einen Einfluss auf die Trenderkennung und auf den Nominalwert hat. Bei den Stichprobenumfängen  $n=16$ ,  $32$  und  $48$  ist der Ausgangswert kleiner als mit  $\alpha=0,1$  vorgegeben, bei  $n=24$  und  $40$  ist er größer. Die Steigung der Gütefunktion ist jedoch umso größer, je größer die Stichprobe ist. Dadurch bedingt schneiden sich die Gütefunktionen. Letztlich führt dies dazu, dass die Teststärken für  $n=40$  und  $n=48$  nahezu gleich sind und die für  $n=24$  und  $n=32$  (wenn auch auf etwas niedrigerem Niveau) ebenfalls. Nur die Gütefunktion für  $n=16$  verläuft deutlich flacher und zeigt damit eine geringere Teststärke an. Da dieses Phänomen testspezifisch ist, ist es hier sinnvoll auch die anderen Tests derartigen Betrachtungen zu unterziehen.

Test nach Mann

Mann, LTx novert sdv 1, m=1, alpha=0,1					
	n=16	n=24	n=32	n=40	n=48
x					
0,1	0,0989	0,1007	0,10712	0,10504	0,10996
0,2	0,10502	0,10918	0,12038	0,12166	0,12962
0,3	0,1112	0,12456	0,13894	0,144	0,1551
0,4	0,12462	0,14312	0,16544	0,1793	0,1975
0,5	0,13976	0,16656	0,20068	0,2227	0,25382
0,6	0,15668	0,197972	0,242556	0,275908	0,312216
0,7	0,1774	0,22884	0,28766	0,33304	0,3815
0,8	0,2038	0,26492	0,33878	0,39426	0,45128
0,9	0,22738	0,31054	0,39228	0,45814	0,52486
1	0,25666	0,3552	0,4485	0,52294	0,59634
1,2	0,32134	0,4442	0,56388	0,6533	0,73184
1,4	0,39214	0,54234	0,6727	0,7639	0,83736
1,6	0,46508	0,64018	0,77134	0,85278	0,90988
1,8	0,54008	0,72204	0,84586	0,91588	0,95318
2	0,6109	0,79412	0,9024	0,954	0,97816
2,2	0,67614	0,8539	0,94204	0,97682	0,99114
2,4	0,73802	0,89988	0,96674	0,9895	0,99682
2,6	0,7903	0,93314	0,98246	0,99548	0,99888
3	0,87608	0,97282	0,99554	0,99922	0,99982
3,5	0,93756	0,9931	0,99936	0,9999	1
4	0,97164	0,99814	0,99994	1	1
5	0,99486	0,99996	1	1	1
6	0,99884	0,99998	1	1	1
7	0,99968	1	1	1	1
8	0,99994	1	1	1	1
9	0,99996	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1

Tabelle 33

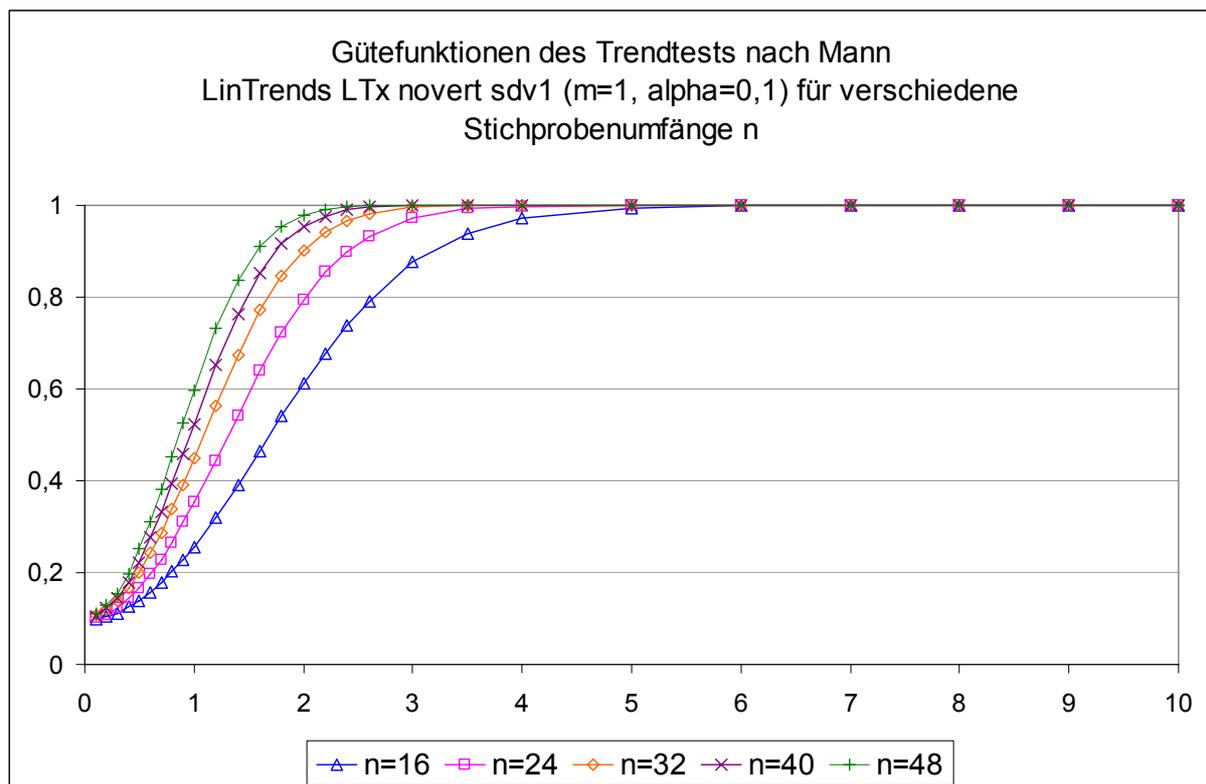


Abbildung 3

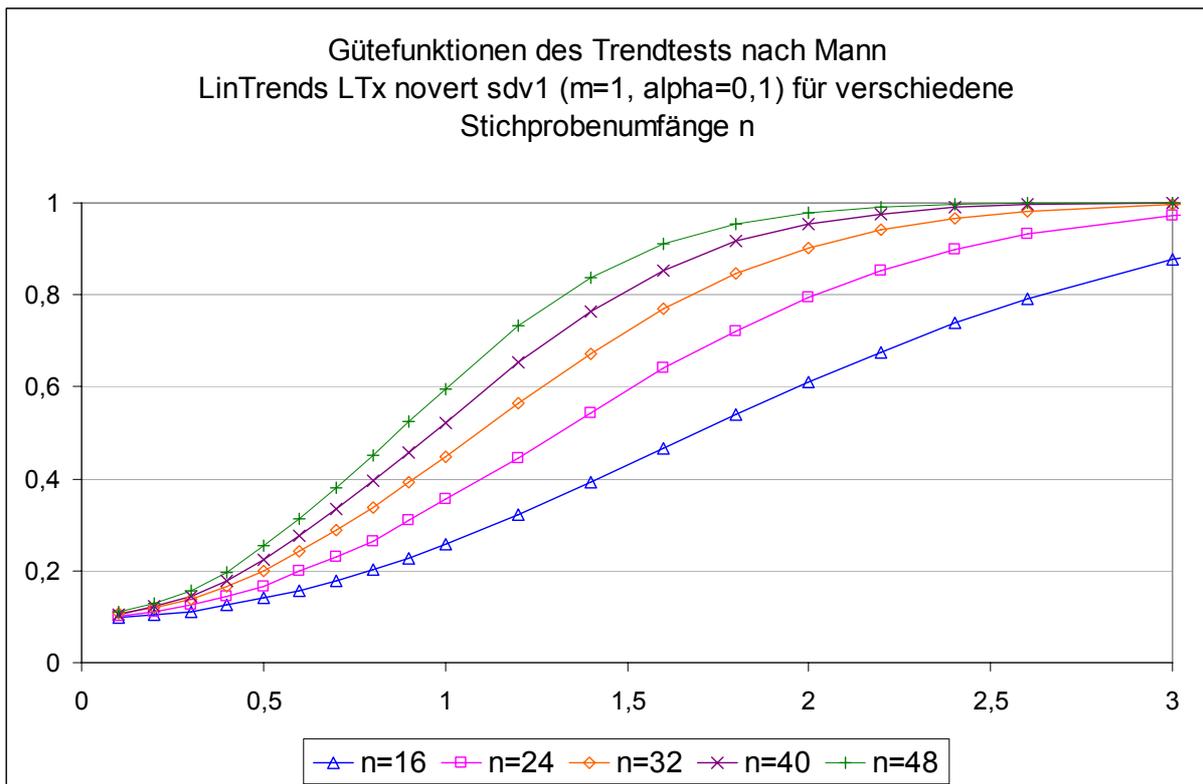


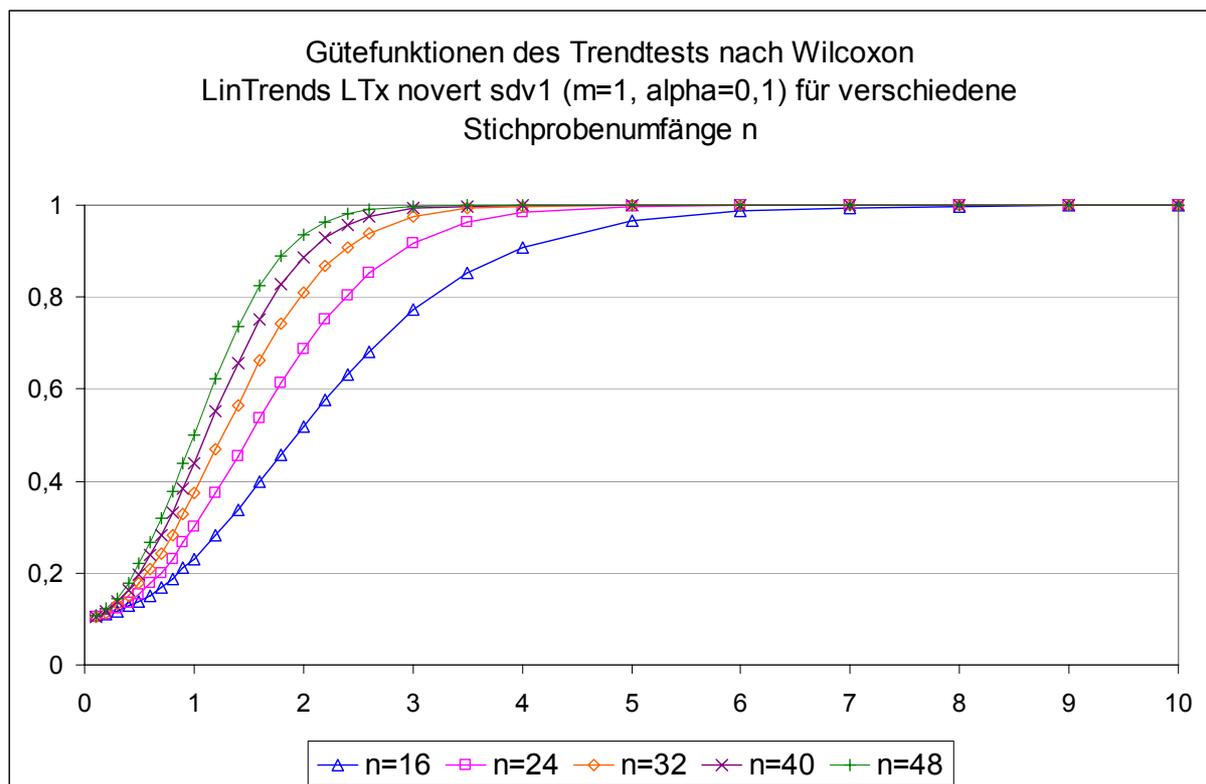
Abbildung 4

Man kann hier sehr gut erkennen, dass die Gütefunktionen steiler verlaufen als bei dem Test nach Cox und Stuart, das heißt der Test ist stärker. Zudem haben hier die Gütefunktionen der einzelnen Stichprobenumfänge etwa die gleichen Ausgangswerte und schneiden sich dadurch auch nicht. Das heißt die Nominalwerte des Tests nach Mann unterscheiden sich weniger stark in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang.

Test nach Wilcoxon

Wilcoxon, LTx novert sdv 1, m=1, alpha=0,1					
	n=16	n=24	n=32	n=40	n=48
x					
0,1	0,10716	0,1032	0,1043	0,1045	0,10628
0,2	0,11142	0,10924	0,11278	0,11536	0,12238
0,3	0,1172	0,1213	0,1305	0,13684	0,1454
0,4	0,12772	0,13626	0,15096	0,16292	0,17702
0,5	0,1382	0,15282	0,17854	0,19774	0,22062
0,6	0,15002	0,177856	0,208572	0,23818	0,266912
0,7	0,16726	0,1996	0,24222	0,28168	0,31948
0,8	0,1886	0,23114	0,28122	0,33258	0,37754
0,9	0,2102	0,26652	0,32738	0,38288	0,43784
1	0,2305	0,30122	0,37324	0,4383	0,50042
1,2	0,2811	0,3749	0,46824	0,55084	0,62312
1,4	0,33702	0,45336	0,564	0,65718	0,73556
1,6	0,39788	0,53768	0,66162	0,75276	0,82458
1,8	0,45788	0,61412	0,74192	0,82918	0,88972
2	0,51696	0,6867	0,81044	0,88728	0,93528
2,2	0,57534	0,75114	0,86676	0,92906	0,96362
2,4	0,63076	0,80496	0,90908	0,95696	0,98124
2,6	0,68238	0,8517	0,93874	0,97534	0,99048
3	0,7723	0,91644	0,97592	0,99258	0,99794
3,5	0,85366	0,9636	0,99266	0,99838	0,99958
4	0,90924	0,98448	0,9977	0,99966	0,99998
5	0,96692	0,99724	0,9999	1	1
6	0,98772	0,99954	1	1	1
7	0,99508	0,99994	1	1	1
8	0,99824	0,99998	1	1	1
9	0,99886	1	1	1	1
10	0,99956	1	1	1	1

Tabelle 34



### Abbildung 5

Die Ergebnisse sind vergleichbar mit denen des Trendtests nach Mann. Die Gütefunktionen verlaufen annähernd gleich, der Test nach Wilcoxon ist marginal schwächer bei diesem Szenario.

#### Test nach Wallis und Moore

Da dieser Test konstitutionsbedingt nicht zur Erkennung stetiger Trends geeignet ist, wird sein Verhalten bei verschiedenen Stichprobenumfängen an dieser Stelle nicht beschrieben.

#### Test „Regression“

Da das Datenmaterial für diesen Trendtest zu einem sehr späten Zeitpunkt im Verlauf der Berechnungen neu erhoben werden musste, liegt es nicht für alle Stichprobenumfänge und Irrtumswahrscheinlichkeiten vor. Die nachträglich erfolgten Berechnungen beschränken sich aus rein pragmatischen Gründen auf die Berechnungen wichtiger Grenzfälle. Das heißt, die Stichprobenumfänge  $n=16$  und  $n=48$  wurden jeweils für die Irrtumswahrscheinlichkeiten  $\alpha=0,1$  und  $\alpha=0,01$  berechnet. Analog zu den Ergebnissen der anderen Trendtests liegen die Gütefunktionen für die Stichprobenumfänge  $n=24, 32$  und  $40$  zwischen den Gütefunktionen für  $n=16$  und  $n=48$ . Auch ist durch die Überprüfung der Nominalwerte sichergestellt, dass es nicht wie beim Test nach Cox und Stuart zum Phänomen der Überschneidung der Gütefunktionen kommt.

Regression, LTx novert sdv 1, m=1, alpha=0,1					
LT	n=16	n=48	LT	n=16	n=48
0,1	0,10394	0,10654	2	0,65844	0,98408
0,2	0,10966	0,12812	2,2	0,7233	0,99336
0,3	0,12008	0,15742	2,4	0,7797	0,99804
0,4	0,1325	0,20396	2,6	0,83476	0,99918
0,5	0,14766	0,25968	3	0,9083	0,9999
0,6	0,16622	0,32186	3,5	0,95924	1
0,7	0,18952	0,3887	4	0,98302	1
0,8	0,22006	0,4646	5	0,99772	1
0,9	0,24964	0,54154	6	0,9996	1
1	0,27952	0,61438	7	0,99994	1
1,2	0,35082	0,74828	8	1	1
1,4	0,42738	0,85368	9	1	1
1,6	0,50262	0,92008	10	1	1
1,8	0,58642	0,96366			

Tabelle 35

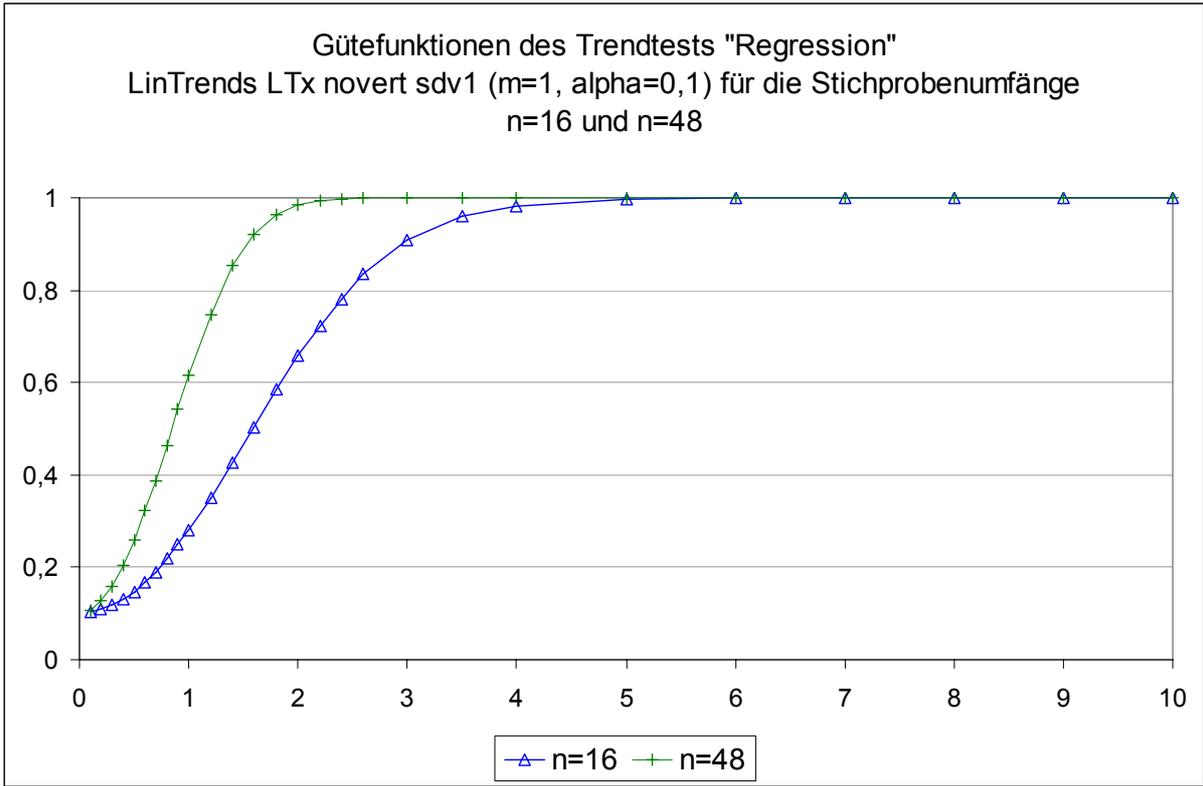
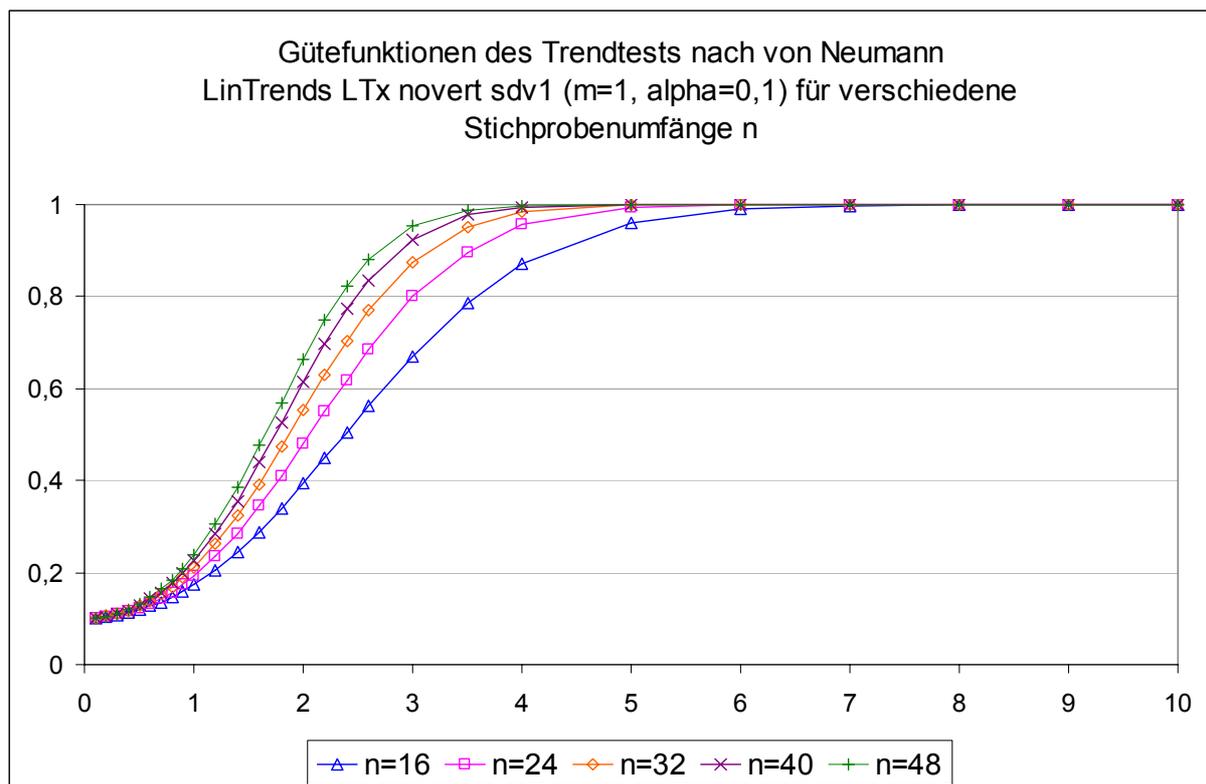


Abbildung 6

Test nach von Neumann

von Neumann, LTx novert sdv 1, m=1, alpha=0,1					
	n=16	n=24	n=32	n=40	n=48
x					
0,1	0,10118	0,10066	0,10228	0,10038	0,10038
0,2	0,10284	0,10318	0,10586	0,10432	0,10372
0,3	0,10564	0,10882	0,1101	0,10926	0,11108
0,4	0,11454	0,1148	0,11648	0,11734	0,11982
0,5	0,11822	0,12112	0,12742	0,12834	0,13056
0,6	0,127	0,132676	0,136468	0,142684	0,145332
0,7	0,13558	0,14404	0,15182	0,156	0,16566
0,8	0,14654	0,15724	0,1696	0,17608	0,1844
0,9	0,15864	0,17462	0,1883	0,19942	0,2091
1	0,17402	0,19306	0,2107	0,22498	0,23806
1,2	0,20584	0,23498	0,26452	0,28506	0,30464
1,4	0,2451	0,28558	0,32314	0,35448	0,3852
1,6	0,28854	0,3468	0,39278	0,43954	0,47764
1,8	0,34018	0,41004	0,47276	0,52638	0,57004
2	0,39412	0,47946	0,5521	0,6154	0,66308
2,2	0,44876	0,54936	0,63076	0,69842	0,75002
2,4	0,50532	0,6188	0,70468	0,7731	0,82382
2,6	0,5618	0,68458	0,77064	0,83506	0,88074
3	0,67078	0,80004	0,87608	0,92308	0,95386
3,5	0,78638	0,89556	0,9512	0,97824	0,98908
4	0,87078	0,95566	0,98372	0,99478	0,9984
5	0,9593	0,99366	0,99868	0,99984	1
6	0,99008	0,99938	0,99998	0,99998	1
7	0,99758	0,99998	1	1	1
8	0,9994	1	1	1	1
9	0,99978	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1

Tabelle 36



## Abbildung 7

Hier zeigt sich wiederum ein flacherer Verlauf der Gütefunktionen als bei den Tests nach Mann und nach Wilcoxon, wobei der Unterschied der Teststärken bei den verschiedenen Stichprobenumfängen hier weniger stark ausgeprägt ist.

### Fazit:

Ein größerer Stichprobenumfang führt zu größeren Teststärken. Wie groß dieser Effekt ist hängt sowohl vom verwendeten statistischen Test ab als auch von der Trendausprägung, die die Teststärke unmittelbar beeinflusst. Gerade bei den praxisrelevanten Teststärken von 80 oder 90% ist der Einfluss der Stichprobengröße auf die Trenderkennung sehr groß, da die Gütefunktion hier eine geringe Steigung ausweist, da sie sich asymptotisch dem Wert 1 nähert.

Eine besondere Situation entsteht bei dem Test nach Cox und Stuart. Hier führen die unterschiedlichen Nominalwerte bei verschiedenen Stichprobenumfängen dazu, dass sich die Gütefunktionen schneiden. Daher gilt für diesen Test, dass die Auswahl des Stichprobenumfangs gezielt erfolgen sollte. Kriterium für die Auswahl sollte dabei ein Nominalwert sein, der dem erwarteten Wert möglichst nahe kommt. Welche Werte das sind, kann der Tabelle 1 der Online-Ressource und der Abbildung 7 der Veröffentlichung entnommen werden. Unter Umständen führt hier ein kleinerer Stichprobenumfang zu einer größeren Power.

nach [oben](#)

### ***Irrtumswahrscheinlichkeiten***

Ebenso wie der Stichprobenumfang hat auch die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit Einfluss auf das Testergebnis. Der gravierende Unterschied ist jedoch, dass der Stichprobenumfang die Aussagekraft der Stichprobe verändert, während die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit lediglich Einfluss auf die statistische Beurteilung der Stichprobe nimmt.

Die Auswirkung der Irrtumswahrscheinlichkeit hier zunächst am Beispiel des Tests nach Wilcoxon:

Wilcoxon, LTx novert sdv 1, m=1, n=48				
alpha	0,1	0,05	0,025	0,01
x				
0,1	0,10628	0,05258	0,02622	0,0108
0,2	0,12238	0,06058	0,03222	0,01394
0,3	0,1454	0,07738	0,04332	0,01856
0,4	0,17702	0,10078	0,05792	0,02746
0,5	0,22062	0,12724	0,07924	0,03768
0,6	0,266912	0,164405	0,103992	0,05238
0,7	0,31948	0,20642	0,13516	0,07214
0,8	0,37754	0,257407	0,17184	0,09802
0,9	0,43784	0,30676	0,21408	0,12438
1	0,50042	0,3646	0,26492	0,15988
1,2	0,62312	0,485304	0,37158	0,24534
1,4	0,73556	0,60744	0,494	0,34882
1,6	0,82458	0,71672	0,61122	0,46888
1,8	0,88972	0,807112	0,71588	0,58292
2	0,93528	0,87626	0,80444	0,68818
2,2	0,96362	0,92418	0,87158	0,77934
2,4	0,98124	0,95654	0,9211	0,8491
2,6	0,99048	0,97594	0,95444	0,90256
3	0,99794	0,99294	0,98454	0,96456
3,5	0,99958	0,99876	0,99696	0,99158
4	0,99998	0,99982	0,99946	0,99832
5	1	1	1	0,99988
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Tabelle 37

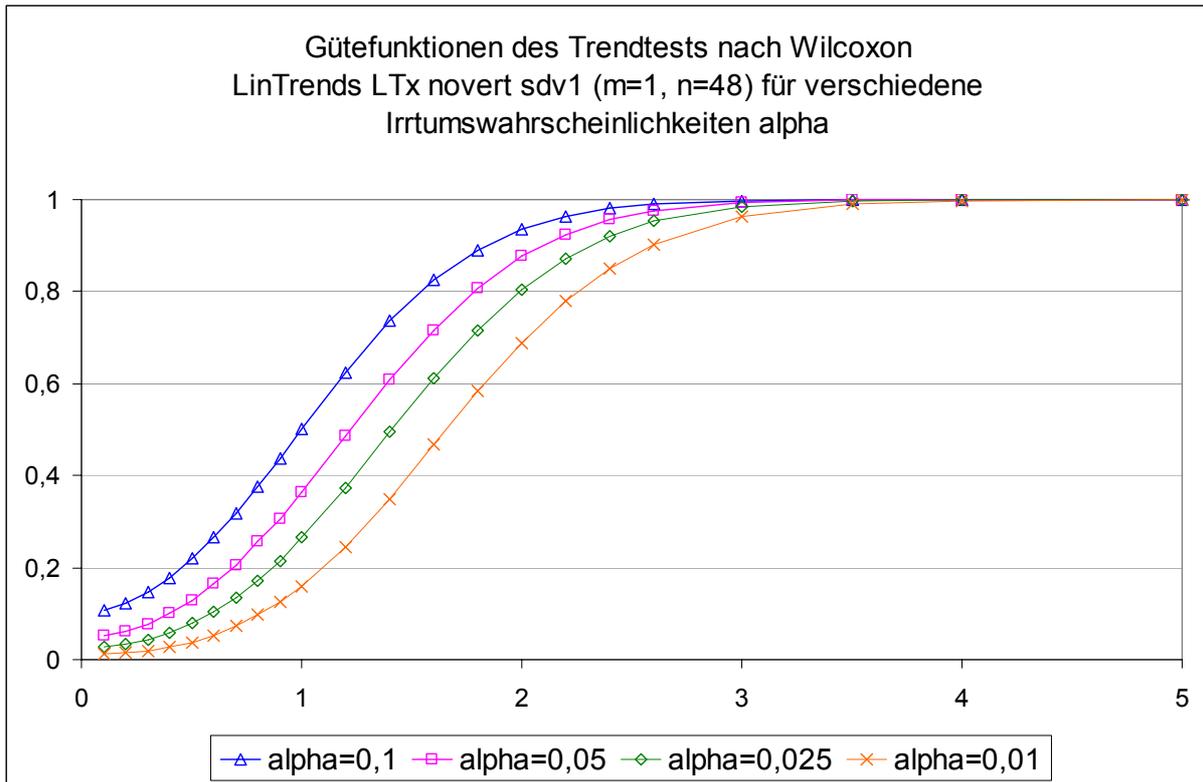


Abbildung 8

Sehr gut sind bei diesen Gütefunktionen die verschiedenen Ausgangswerte, die unmittelbar mit der jeweiligen Irrtumswahrscheinlichkeit verknüpft sind, erkennbar. Hier wird auch deutlich, dass eine gewählte größere Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  zu einer größeren Teststärke, also zu einem kleineren  $\beta$ -Fehler führt und umgekehrt. Diese Ergebnisse sind erwartungsgemäß.

Sehr interessant sieht die Situation hingegen beim Trendtest nach Cox und Stuart aus, der bereits durch starke Unregelmäßigkeiten bei den Nominalwerten aufgefallen ist. Die Nominalwerte, die eine starke Abhängigkeit vom gewählten Stichprobenumfang zeigen und ausführlicher oben in der Zusammenfassung der Ergebnisse der Nominalwertbestimmung diskutiert werden, beeinflussen sämtliche Gütefunktionen für diesen Test. So zeigt sich folgende Besonderheit bei verschiedenen Irrtumswahrscheinlichkeiten  $\alpha$  für verschiedene Stichprobenumfänge  $n=16$  bis  $n=48$ .

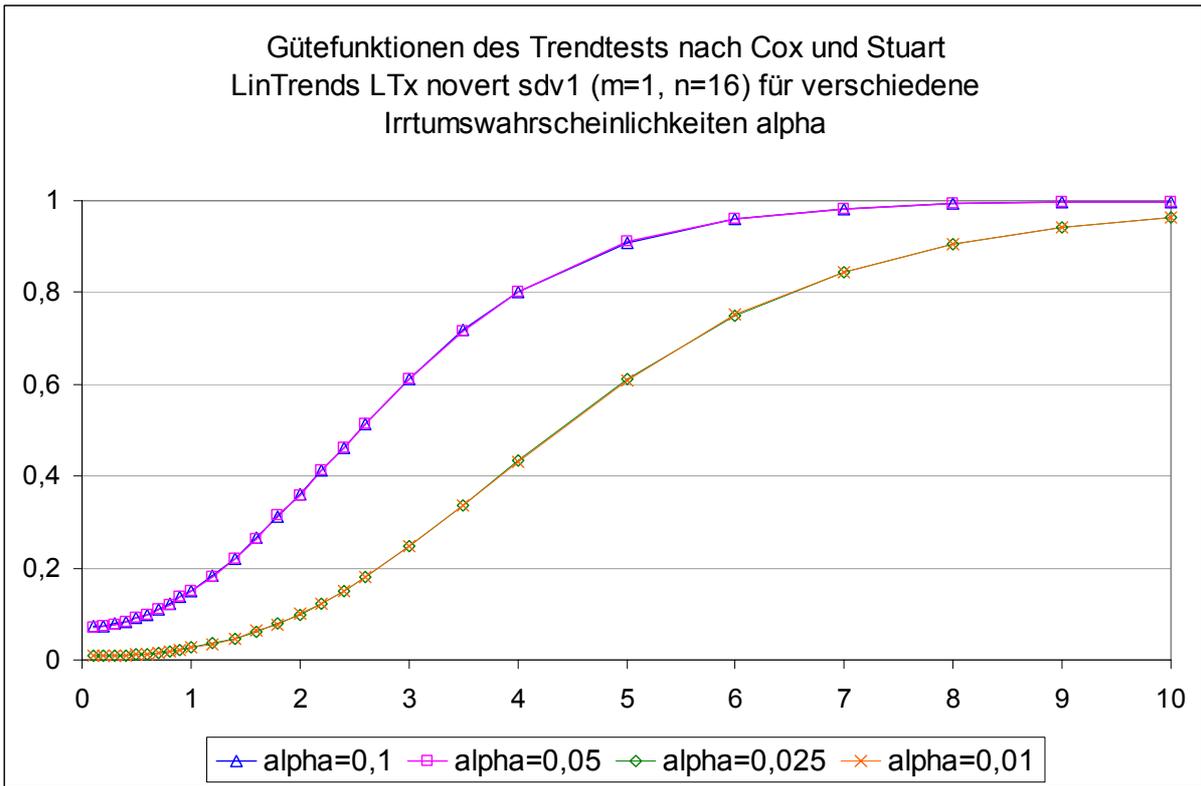


Abbildung 9

Bei einem Stichprobenumfang von  $n=16$  verlaufen die Gütefunktionen für  $\alpha=0,1$  und  $\alpha=0,05$  nahezu deckungsgleich, ebenso wie die Gütefunktionen für  $\alpha=0,025$  und  $\alpha=0,01$ .

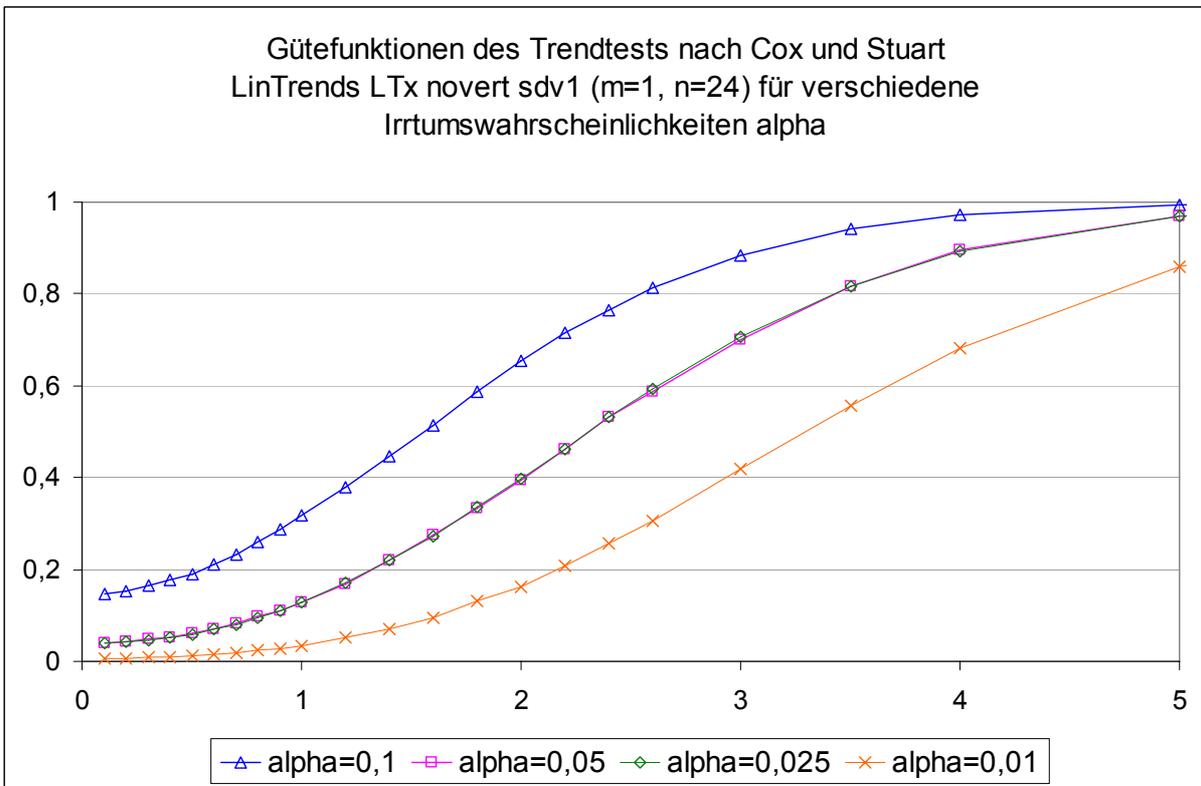


Abbildung 10

Bei einem Stichprobenumfang von  $n=24$  überdecken sich die Gütefunktionen für  $\alpha=0,05$  und  $\alpha=0,025$ .

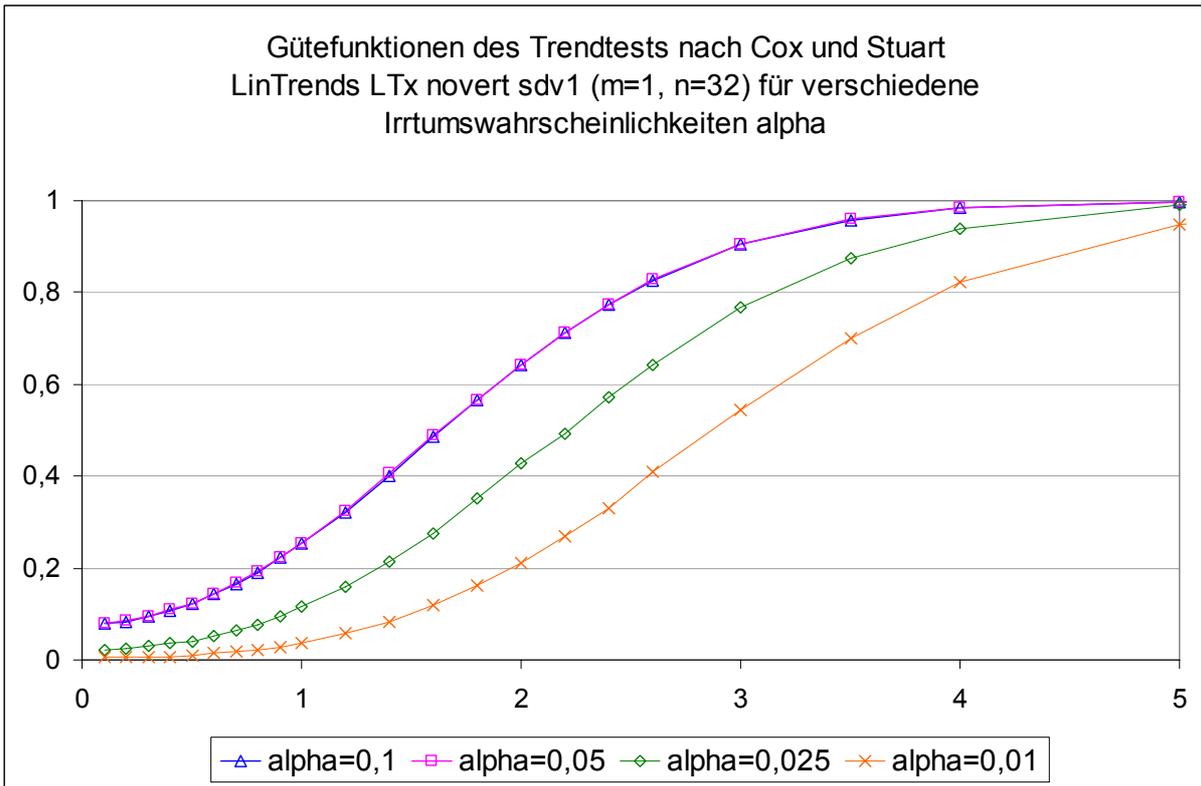


Abbildung 11

Bei einem Stichprobenumfang von n=32 überdecken sich die Gütefunktionen für  $\alpha=0,1$  und  $\alpha=0,05$ .

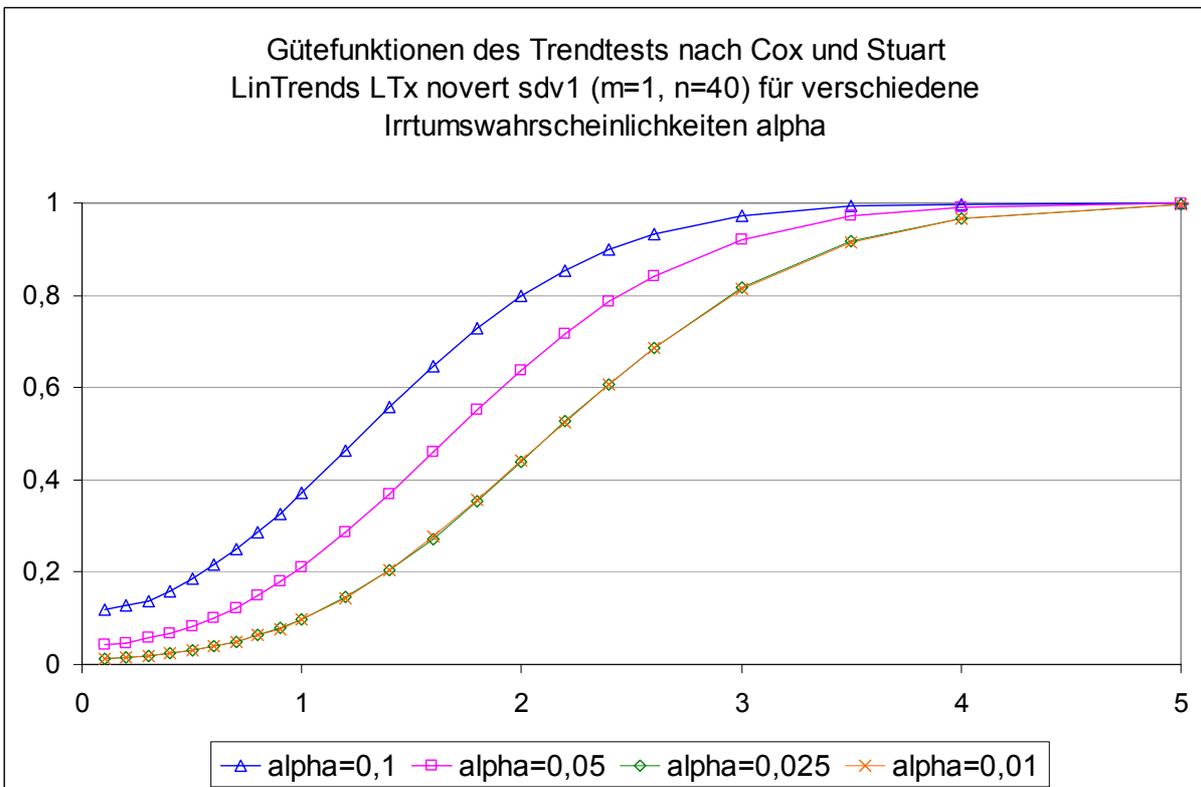


Abbildung 12

Bei einem Stichprobenumfang von n=40 überdecken sich die Gütefunktionen für  $\alpha=0,025$  und  $\alpha=0,001$ .

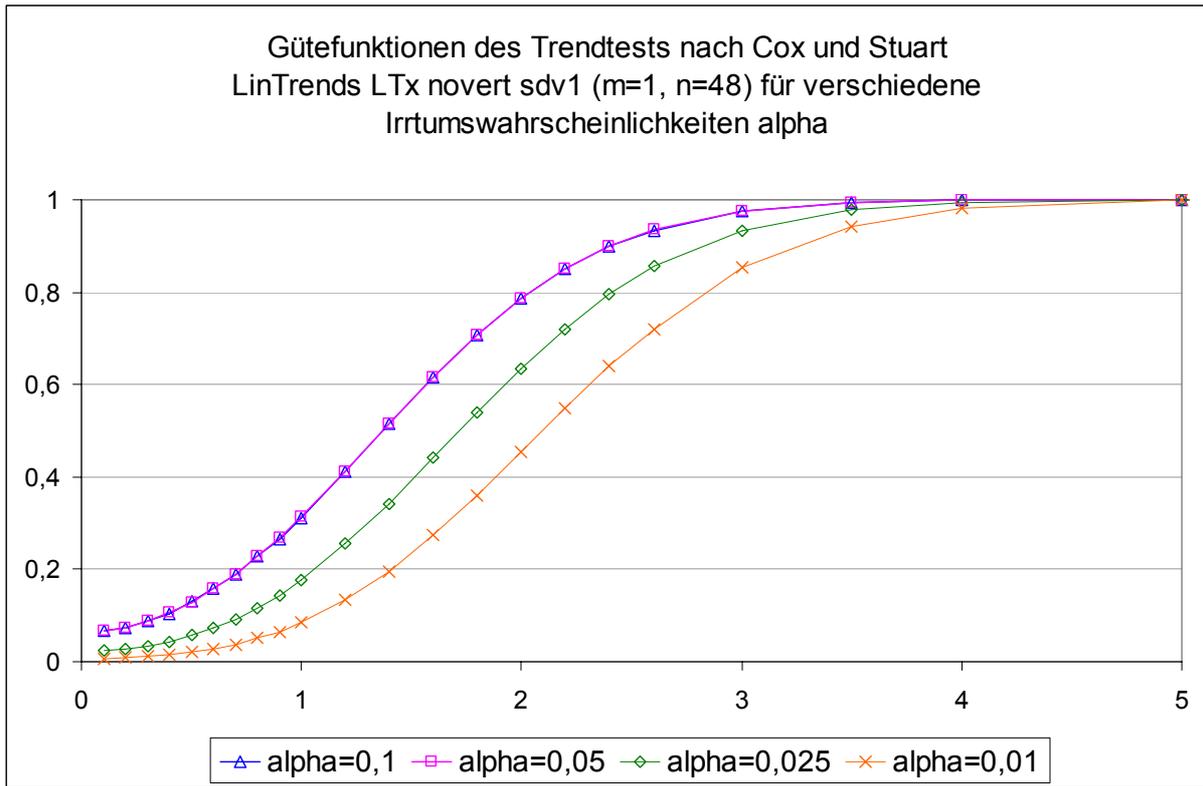


Abbildung 13

Bei einem Stichprobenumfang von  $n=48$  überdecken sich die Gütefunktionen für  $\alpha=0,1$  und  $\alpha=0,05$  wie bei  $n=32$ .

Diese Unregelmäßigkeiten führen dazu, dass dieser Test nur dann angewandt werden sollte, wenn gezielt eine Stichprobengröße ausgewählt werden kann, bei der sich der Nominalwert erwartungskonform verhält.

Der Test nach von Neumann zeigt hingegen wieder erwartungsgemäße Verläufe der Gütefunktionen.

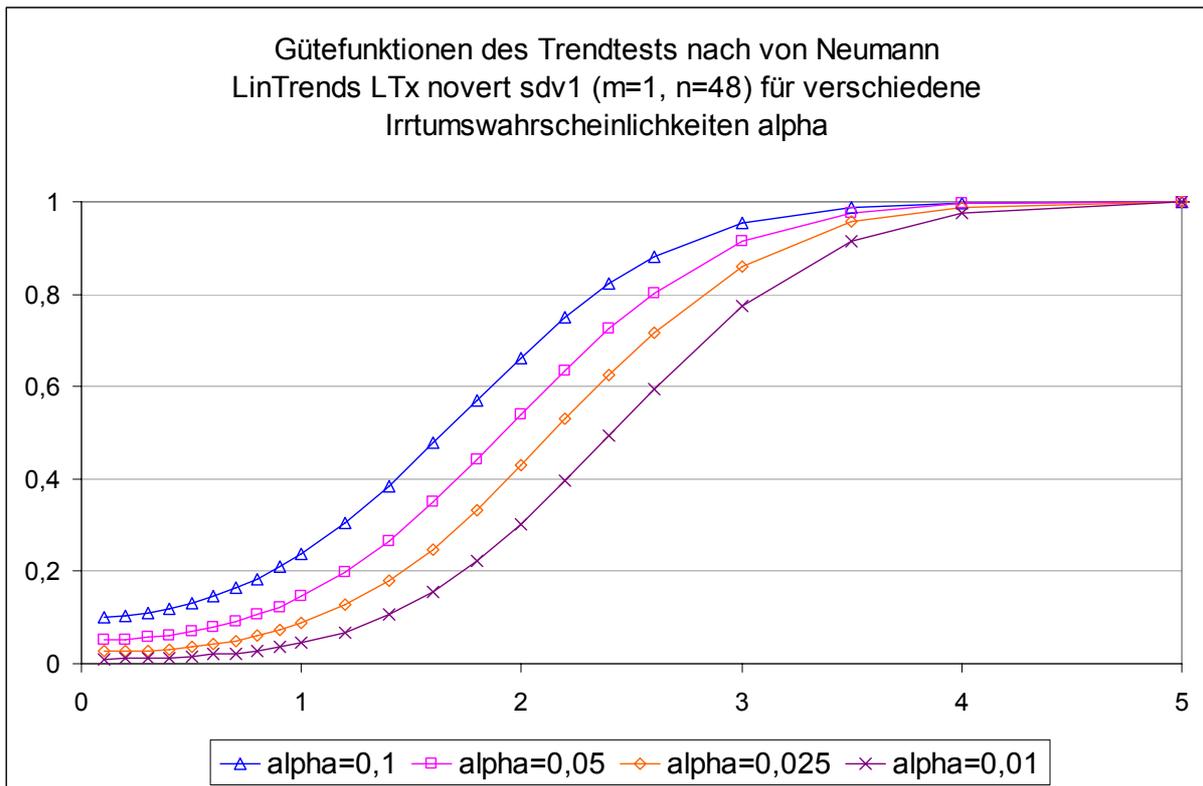


Abbildung 14

Fazit:

Die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit beeinflusst das Testergebnis erwartungsgemäß dahingehend, dass eine große gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  auch eine große Teststärke, also einen kleinen  $\beta$ -Fehler bedingt und umgekehrt. Abgesehen vom Trendtest nach Cox und Stuart zeigen die Tests etwa parallel verlaufende Gütfunktionen, so dass der Verlauf der Gütfunktionen zwischen den getesteten  $\alpha$ -Werten abschätzbar ist. Anders verhält sich jedoch der Test nach Cox und Stuart. Bedingt durch die nicht erwartungskonformen Nominalwerte bei verschiedenen Stichprobenumfängen kommt es hier zu Verschiebungen der Gütfunktionen mit der Folge, dass sich die Funktionen überlagern.

nach [oben](#)

## Blockzahlen

Ein wesentliches Anliegen dieser statistischen Simulationen war es, den Einfluss des Probenziehungsmusters auf das Testergebnis zu untersuchen. Um verschiedene Probenziehungsmuster zu simulieren, wurden die Stichproben zunächst voll randomisiert gezogen und dann nach Einteilung der Grundgesamtheit in gleich große Blöcke randomisiert gezogen. Getestet wurden die Blockzahlen  $m=1$  (voll randomisiert),  $m=2$ ,  $m=4$  und  $m=8$ . Die Ergebnisse ließen eine weitere Erhöhung der Blockzahl nicht sinnvoll erscheinen.

Zunächst betrachten wir die stetigen Trends. Gerade hier erwartete ich eine bessere Trenderkennung durch Blockbildung, weil die Blockbildung gewährleistet, dass aus allen Bereichen der Grundgesamtheit Stichprobenwerte gezogen werden.

### Test nach Cox und Stuart

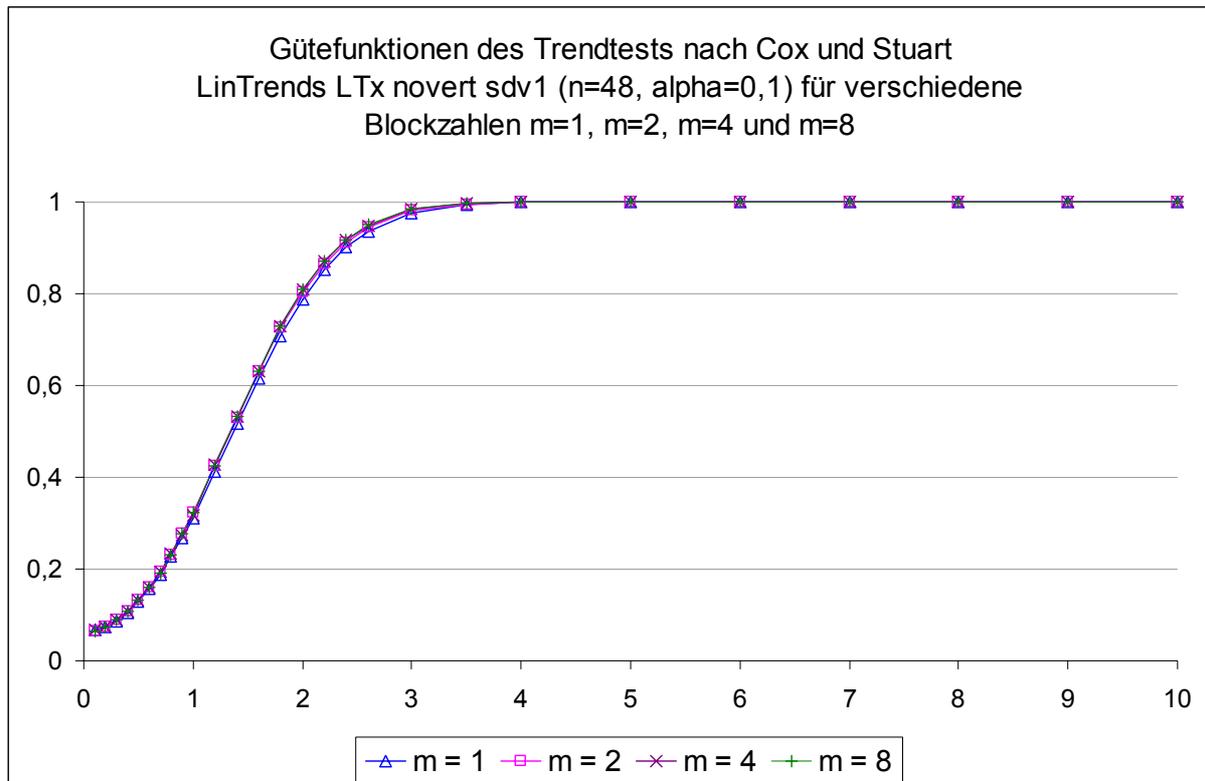


Abbildung 15

Wie gering das Ausmaß des Vorteils durch Blockbildung hier ist, zeigt folgender Ausschnitt aus der Abbildung noch genauer:

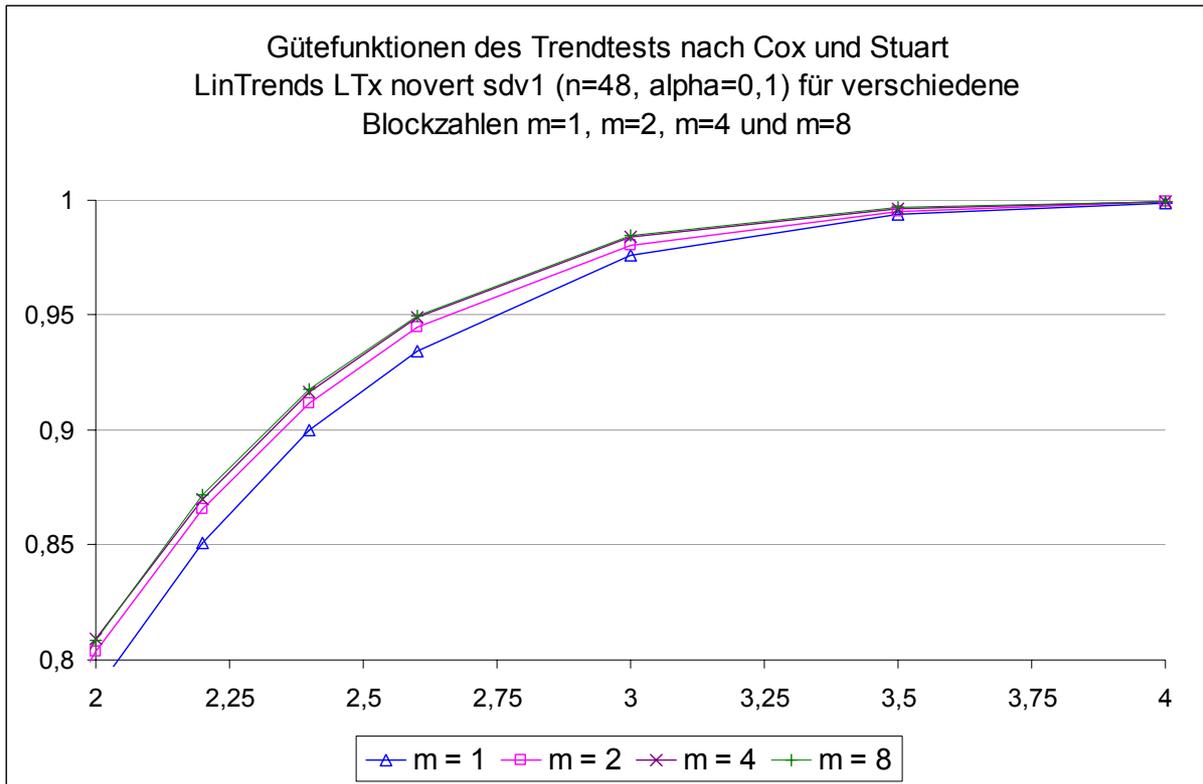


Abbildung 16

Erkennbar ist, dass die Teststärke sich tatsächlich verbessert, wenn vor der Probenziehung zwei Blöcke gebildet werden. Auch eine Vergrößerung der Blockzahl von m=2 auf m=4 führt zu einer Vergrößerung der Teststärke. Allerdings sind diese Effekte vergleichsweise gering ausgeprägt. Der Effekt, der aus einer Erhöhung der Blockzahl von 4 auf 8 resultiert ist kaum noch sichtbar und besitzt aufgrund seiner geringen Ausprägungen keine Relevanz. Deswegen erschien es hier nicht sinnvoll, weitere, höhere Blockzahlen zu simulieren.

Wie wirkt sich die Blockbildung bei kleineren Stichprobenumfängen aus? Ist der Effekt hier möglicherweise größer? Betrachten wir hierzu die Gütefunktionen bei einem Stichprobenumfang von n=16.

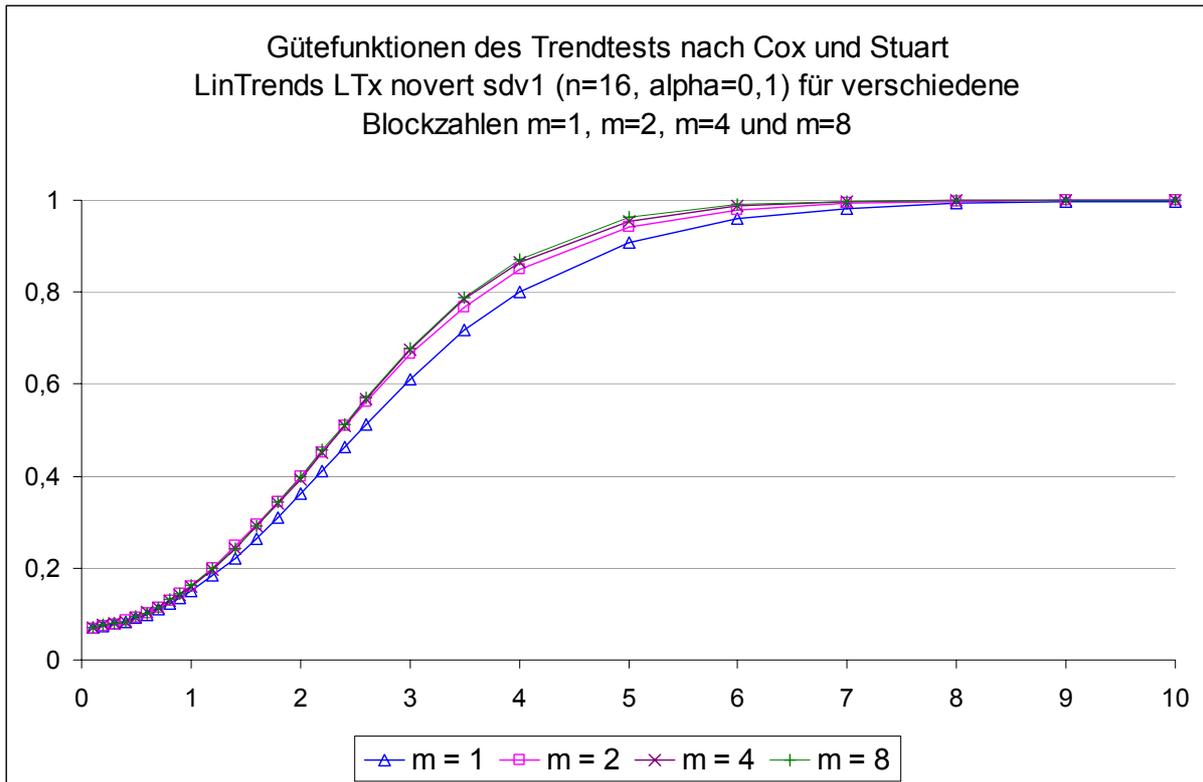


Abbildung 17

Hier sind die Effekte durch die Blockzahlen schon deutlich stärker ausgeprägt. Selbst ohne Ausschnittsvergrößerung erkennt man, dass die Gütefunktionen steiler verlaufen, je mehr Blöcke gebildet werden. Auch hier ist der Einfluss der Blockzahl aber immer noch recht gering ausgeprägt. Den einzigen möglicherweise relevanten Effekt erreicht man durch das Bilden zweier Blöcke anstelle der vollständig randomisierter Probenziehung (m=1).

Folgende Abbildungen geben die Situation für die anderen Trendtests wieder.

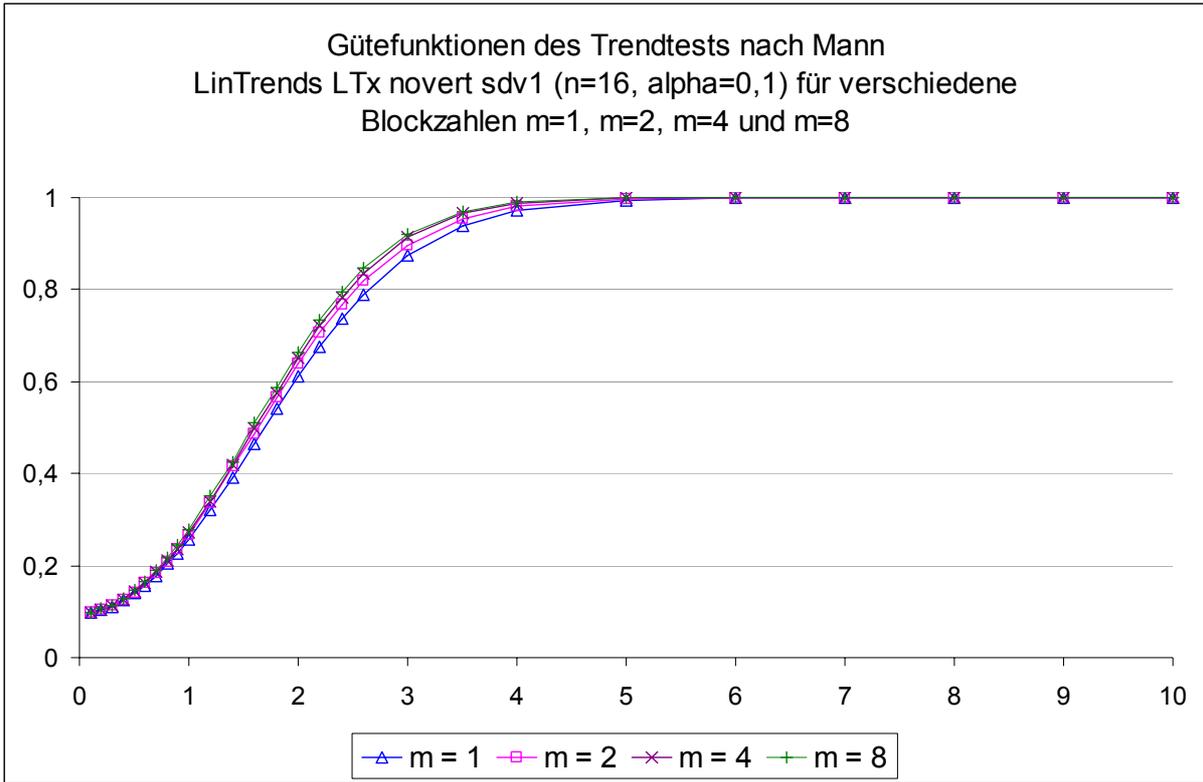


Abbildung 18

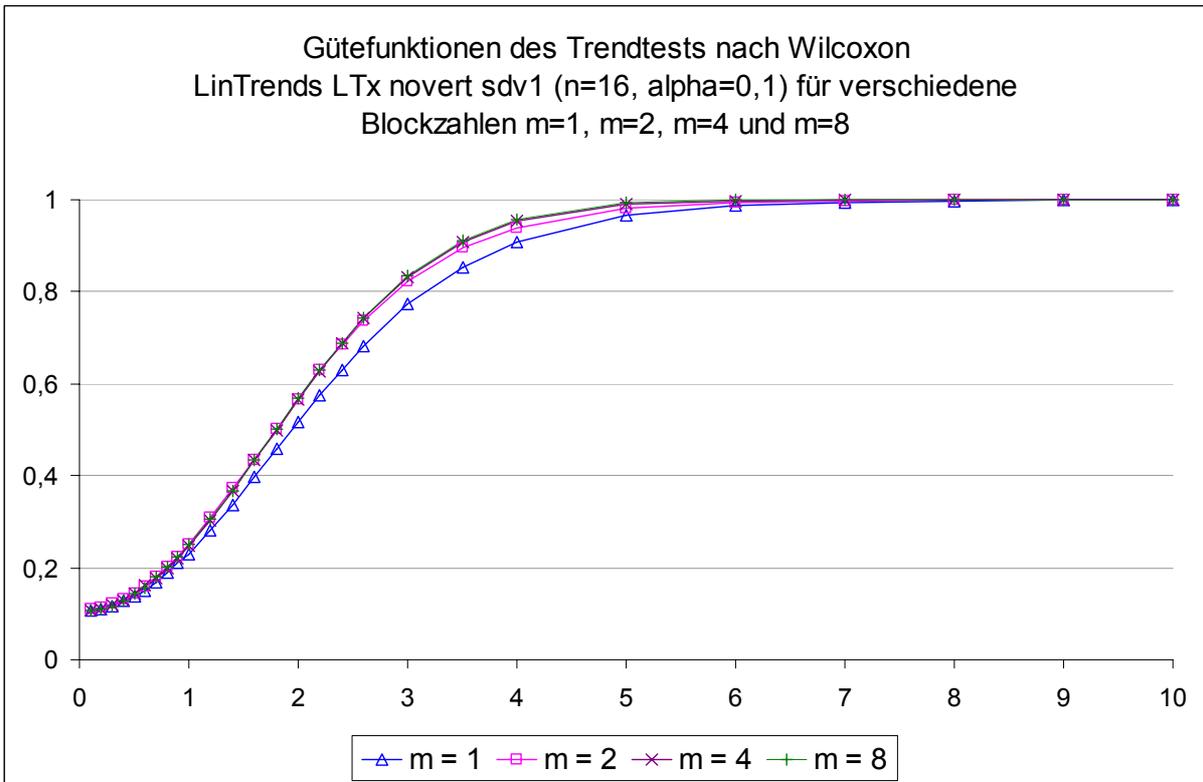


Abbildung 19

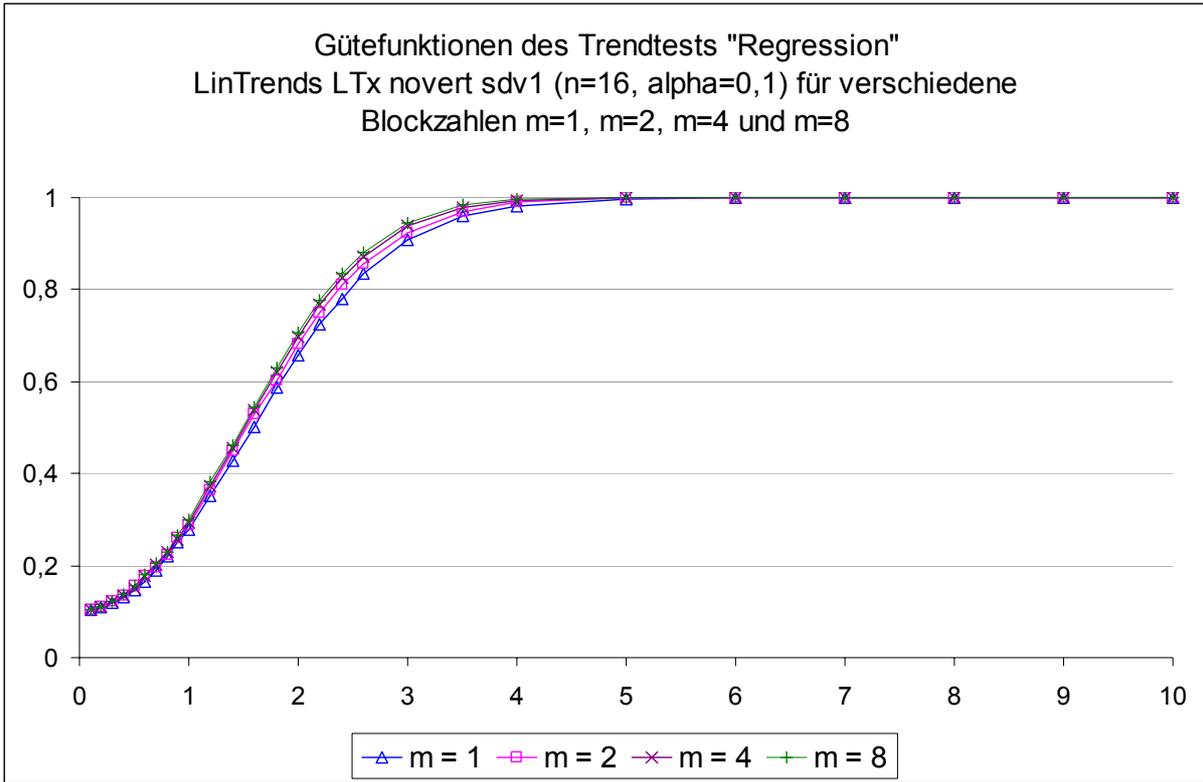


Abbildung 20

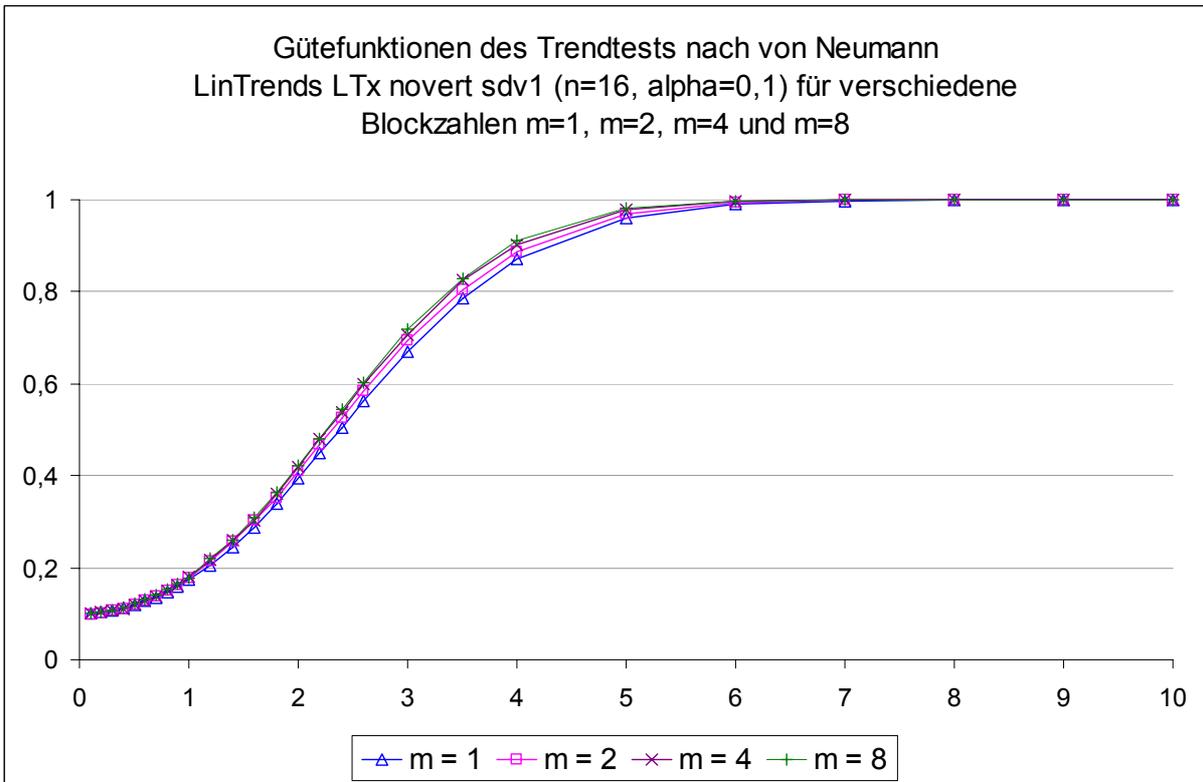


Abbildung 21

Fazit:

Die Blockbildung gewährleistet bei der Erkennung stetiger Trends zwar, dass aus allen Bereichen der Grundgesamtheit Stichprobenwerte gezogen werden, der Einfluss auf das

Testergebnis ist jedoch relativ gering. Eine Einteilung der Grundgesamtheit in zwei Blöcke erhöht die Teststärke erkennbar aber nur in geringem Umfang. Noch kleiner ist der Effekt bei einer Erhöhung der Blockzahl auf  $m=4$  oder  $m=8$ . Daher erscheint es durchaus sinnvoll 2 oder 4 Blöcke zu bilden, wenn dies ohne großen Aufwand möglich ist. Allerdings trägt diese Maßnahme nur geringfügig zur Erhöhung der Teststärke bei. Am deutlichsten wird der Effekt, wenn die Gütefunktion relativ flach verläuft, der Test also vergleichsweise schwach ist, beispielsweise bedingt durch kleine Stichprobenumfänge.

nach [oben](#)