


26. Elektromagnetische Wellen in einem uniaxialen Dielektrikum (10 Punkte)

Betrachten Sie ein Dielektrikum mit $\underline{\mu} = \underline{1}$ und dem Dielektrizitätstensor

$$\underline{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- Nehmen Sie an, dass sich die elektromagnetischen Felder $\underline{E}$, $\underline{D}$, $\underline{H}$ und $\underline{B}$ durch ebene Wellen beschreiben lassen. Geben Sie die Gleichungen an, die in diesem Fall aus den Maxwell-Gleichungen folgen.
- Zeigen Sie, dass der Energietransport im allgemeinen (für $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$) nicht in Ausbreitungsrichtung erfolgt, d.h. bestimmen Sie den Winkel zwischen dem Poynting-Vektor $\underline{II}$ und dem Wellenvektor $\underline{k}$.
- Leiten Sie die folgende Gleichung für $\underline{E}$ ab, ohne ein spezielles Koordinatensystem zu wählen:

$$-|\underline{k}|^2 \underline{E} + (\underline{k} \cdot \underline{E}) \underline{k} = -\frac{\omega^2}{c^2} \underline{\epsilon} \cdot \underline{E}. \quad (2)$$

c ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Bestimmen Sie die Dispersionsrelation $\omega(k)$ für ebene Wellen, die sich:

- parallel zur Symmetrieachse (z -Achse) des Kristalls ausbreiten.
- senkrecht zur z -Achse ausbreiten.

27. Plattenkondensator (10 Punkte)

Wir betrachten einen Plattenkondensator, dessen Platten in der x, y -Ebene bei $z = -a$ und $z = a$ liegen. Im Inneren des Kondensators sei ein inhomogenes Dielektrikum mit $\epsilon = \epsilon(z)$. Die Platten tragen die Ladungen $(+Q)$ bzw. $(-Q)$.

Bitte wenden $\longrightarrow$

- Ermitteln Sie die dielektrische Verschiebung $\underline{D}$ und das elektrische Feld $\underline{E}$ zwischen den Platten.

(b) Die Kapazität eines Kondensators ist definiert als

$$C = \frac{Q}{\delta\phi} \quad . \quad (3)$$

Zeigen Sie, dass allgemein gilt

$$C = \frac{\oint_A \underline{D} \cdot d\underline{A}}{\int_s \underline{E} \cdot d\underline{s}} \quad (4)$$

und geben sie die Kapazität des Plattenkondensators für ein allgemeines $\epsilon(z)$ an.

- (c) Bestimmen Sie die Energiedichte $u(z)$ im Inneren des Kondensators. Welche Energie U ist insgesamt im Kondensator gespeichert?
- (d) Wie folgen die aus der Experimentalphysik bekannten Eigenschaften eines Kondensators im Wechselstromkreis aus (b) und den Maxwellgleichungen?
- (e) Das Dielektrikum bestehe nun aus zwei verschiedenen übereinandergeschichteten Materialien, d.h.

$$\epsilon(z) = \begin{cases} \epsilon_1 & ; \quad -a < z < 0 \\ \epsilon_2 & ; \quad 0 < z < a \end{cases} \quad . \quad (5)$$

Geben Sie die Kapazität und die im Kondensator gespeicherte Energie an.