INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

10. Übungsblatt — Abgabe: Mo., 17. Juni 2013 bis 17 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

21. **Lorentz-Transformation II: Die Rapidität** **(4 Punkte)**

Die spezielle Lorentz-Transformation schreibt man häufig (hier nur die x_1 und t Komponenten) als

$$\mathcal{L}(\beta) = \begin{pmatrix} \cosh(\psi) & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}; \quad \psi = \operatorname{arctanh}(?); \quad \beta = v/c. \qquad (\Diamond)$$

Wodurch müssen die Fragezeichen ersetzt werden? Zwei aufeinanderfolgende Transformationen sollten $\mathcal{L}(\beta_1)\mathcal{L}(\beta_2) = \mathcal{L}(\beta)$ erfüllen. Hat $\mathcal{L}(\beta)$ wieder die Form ($\Diamond$)? Wie hängt β dann von β_1, β_2 ab? Bleibt $\beta < 1$ selbst für $\beta_1, \beta_2 \to 1$ erfüllt?

22. **Transformation von Feldern** **(2 Punkte)**

Der Sonnenwind ist ein von der Sonne ausgehender Strom von Elektronen und Protonen, der sich mit einer Geschwindigkeit $u \ll c$ im interplanetaren Magnetfeld $\underline{B}$ bewegt. Da sich die Ladungen von Elektronen und Protonen ausgleichen, misst ein mit dem Sonnenwind mitbewegter Beobachter (Bezugssystem Σ) kein elektrisches Feld. Im Gegensatz dazu kann ein ruhender Satellit (Σ') ein elektrisches Feld $\underline{E}'$ messen. Zeigen Sie

$$\underline{E}' = -\underline{u} \times \underline{B} \quad . \qquad (1)$$

23. **Lorentz-Tensoren** **(5 Punkte)**

In dieser Aufgabe soll das Transformationsverhalten der elektromagnetischen Felder unter der speziellen Lorentz-Transformation diskutiert werden.

(a) Drücken Sie die Determinante des Feldstärketensors $\mathcal{B}_{ij}$ durch $\underline{E}$ und $\underline{B}$ aus. Ist diese Größe ein Lorentz-Skalar?

(b) Untersuchen Sie durch Verwendung der Transformationsgleichungen für die Felder, wie sich die Größen

$$\underline{\Pi} = \frac{1}{\mu_0}\underline{E} \times \underline{B} \qquad \text{(Poynting-Vektor im Vakuum)} \qquad (2)$$

und

$$u = \frac{1}{2}\left(\epsilon_0 \underline{E}^2 + \frac{1}{\mu_0}\underline{B}^2\right) \qquad \text{(Energiedichte im Vakuum)} \qquad (3)$$

unter der speziellen Lorentz-Transformation auf das gestrichene System transformieren.

24. **Lagrange-Funktion** **(4 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L}(\xi^a, \dot{\xi}^a, t) = -\frac{m_0 c^2}{\gamma} + \int \left(\mathcal{J}_i \mathcal{A}^i\right) dV \tag{4}$$

zur Lorentzkraft auf eine bewegten Punktladung führt.

25. **Zentraler Stoß: Relativistische Betrachtung** **(5 Punkte)**

Betrachten Sie den zentralen, eindimensionalen Stoß eines Elektrons der kinetischen Energie $E_{e,\mathrm{vor}}$ mit einem Proton. Welche Energie $E_{e,\mathrm{vor}}$ muss das Elektron vor dem Stoß haben, damit das Proton nach dem Stoß die Energie $E_{p,\mathrm{nach}} = 2m_p c^2$ hat (m_p bezeichnet die Ruhemasse des Protons). Betrachten Sie den Stoß in dem Inertialsystem, in dem das Proton vor dem Stoß ruht.

Hinweis: Zur Vereinfachung Ihres Ergebnisses können Sie ausnutzen, dass die Ruhemasse m_e des Elektrons viel kleiner als die des Protons ist, d.h. $m_e \ll m_p$. Dies ist jedoch nicht zwingend erforderlich.