


**4. Feld einer elektrischen Punktladung (10 Punkte)**

- (a) Betrachten Sie ein stetig differenzierbares Vektorfeld  $\underline{E} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit der Eigenschaft

$$\underline{\partial}_x \times \underline{E} = 0 \quad (\text{statische Form des Faraday'schen Induktionsgesetzes}) \quad . \quad (1)$$

Zeigen Sie unter Benutzung von Komponentenschreibweise und Summenkonvention, daß diese Gleichung durch den Ansatz

$$\underline{E} = -\underline{\partial}_x \Phi \quad \text{mit} \quad \Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \quad (2)$$

gelöst wird.

- (b) Für das Vektorfeld  $\underline{E}$  soll außerdem gelten:

$$\underline{\partial}_x \cdot \underline{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Gauß'sches Gesetz}) \quad , \quad (3)$$

mit einer skalaren Funktion  $\rho : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass hieraus folgt

$$\underline{\partial}_x^2 \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Poisson-Gleichung}) \quad . \quad (4)$$

- (c) Das Coulomb-Potential  $\Phi$  einer Punktladung  $q$  am Ort  $\underline{0}$  lautet

$$\Phi(\underline{r}) = \frac{\alpha}{r} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{und} \quad r = |\underline{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad . \quad (5)$$

- i. 'Raten' Sie nun von Gleichung (5) ausgehend das Coulomb-Potential  $\Phi$  für eine Anordnung aus zwei Punktladungen  $q_1 = q$  bei  $\underline{a}_1 = (a, 0, 0)$  und  $q_2 = -q$  bei  $\underline{a}_2 = (-a, 0, 0)$ .
- ii. Begründen Sie anhand der Struktur der Poisson-Gleichung, warum Ihr Ergebnis aus (i) bereits die vollständige Lösung ist.
- iii. Bestimmen Sie  $\underline{E}$  und skizzieren oder plotten Sie die Feldlinien und die Äquipotentialflächen.
- iv. Für hinreichend große Entfernungen von den Punktladungen, d.h.  $r \gg a$ , lässt sich  $\Phi$  schreiben als

$$\Phi(\underline{r}) = \alpha \frac{2xa}{r^3} \quad . \quad (6)$$

Bestimmen Sie wiederum das elektrische Feld  $\underline{E}$ .

**Klausurtermin (vorläufig):** 22. Juli 2013 (2. Termin: 7. Oktober 2013)

**Teilnahmevoraussetzungen:** 50 % der Hausaufgabenpunkte. Zusätzlich soll in den Übungen einmal eine Aufgabe erfolgreich vorgerechnet werden. Es besteht jedoch keine Anwesenheitspflicht in den Übungen.

**Fragen an:**

Hendrik Kriegel	h.kriegel@tu-bs.de	Raum A 317
Alexander Schuray	a.schuray@tu-bs.de	Raum A 212
Hendrik Ranocha	h.ranocha@tu-bs.de	Raum A 225

**Link:**

<http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose13/edyn13>